NNT : 2016SACLX015

THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A
"L'ECOLE POLYTECHNIQUE "

ECOLE DOCTORALE N° (579)
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences

Mécanique des fluides

Par

M. du Pontavice Emmanuel

Propulsion par cerf-volant :
Envol et pérégrinations

Thèse présentée et soutenue à l'Ecole Polytechnique, le 27 avril 2016 :

Composition du Jury :

M. Marc Rabaud	Directeur de recherche à l'Université Paris-Saclay	Président
M. Benoit Roman	Directeur de recherche à l'ESPCI	Rapporteur
M. François Gallaire	Professeur associé à l'EPFL	Rapporteur
Mme. Anette Peko Hosoï	Professeur associé au MIT	Examinatrice
M. Christophe Clanet	Directeur de recherche à l'Ecole Polytechnique	Directeur de thèse
M. David Quéré	Directeur de recherche à l'ESPCI	Co-directeur de thèse
M. Yves Parlier	CEO de Beyond the Sea	Invité



« *Je crois qu'il profita, pour son ´evasion, d'une migration d'oiseaux sauvages.* »

Antoine de Saint-Exup´ery

ECOLE POLYTECHNIQUE

RÉSUMÉ

Doctorat

Propulsion par cerf-volant:
envol et pérégrinations

par Emmanuel du Pontavice

Les cerf-volants existent depuis l'Antiquité, mais leur utilisation comme moyen de récupération de l'énergie éolienne est relativement récente. Pourtant, leur légèreté et leur capacité à aller chercher les vents forts et réguliers en altitude en font un dispositif compétitif pour produire de l'électricité ou pour tracter des navires commerciaux. En effet, un cerf-volant peut espérer produire plus de 10 kW.m^{-2} (soit environ 50 fois plus que des panneaux solaires). Cela implique qu'un cerf-volant de 1000 m^2 pourrait apporter une assistance substantielle (typiquement 20 %) à la propulsion des plus gros cargos actuels. Cette thèse s'intéresse à deux problèmes associés au développement de tels cerf-volants :

Comment les faire décoller et atterrir de manière autonome et sans risque de les perdre ? L'uti-lisation de cerf-volants à structure gonflable donne l'avantage d'avoir une aile rigide et légère en vol et compacte lors de son stockage. Pour aider au dimensionnement de ces cerf-volants, nous étudions dans le première partie de la thèse le comportement des structures gonflables soumis à des chargements statiques et dynamiques.

Comment s'assurer de son vol stable ? Une fois qu'il a décollé, un cerf-volant doit pouvoir rester en l'air. Il apparait cependant que dans certaines conditions, les cerf-volants entrent dans des oscillations de grandes amplitudes avant de tomber au sol. Grâce à des expériences en soufflerie, nous étudions dans la seconde partie de la thèse l'origine de ces oscillations et les conditions à réunir pour les éviter.

ECOLE POLYTECHNIQUE

ABSTRACT

Doctorat

Kite Propulsion:
rise and wander

by Emmanuel DU PONTAVICE

Kites exist since ancient times, but their use as wind energy harvesting device is relatively recent. Still, their light weight and ability to catch strong and steady winds in altitude make them a competitive mean to generate electricity or to tow commercial ships. Indeed, a kite can typically produce 10 $kW.m^{-2}$ (hence about 50 times more than solar pannels). This implies that a 1000 m^2 kite could provide substantial assistance (20 %) to the propulsion of the biggest current tankers. This thesis focuses on two issues associated with the development of such kites :

How can one perform autonomous take off and landing without the risk of losing them ? Kites with inflatable structures take advantage rigidity and lightness during flight and from high compactness during storage. It also allows them to float if they crash on the ocean. To design those kites, we study in the first part of the thesis the behavior of inflatable structures under static and dynamic loadings.

How can one achieve a stable flight ? Once it takes off, it appears that under certain conditions, kites undergo large amplitude oscillations that eventually lead to their fall onto the ground. Using wind tunnel experiments, we examine in the second part of the thesis the origin of these oscillations and the conditions which prevent them from occurring.

REMERCIEMENTS

Christophe me l'a r´ep´et´ de nombreuses fois, faire une th`ese, c'est avant tout apprendre a` tra-verser des tunnels. Et ces tunnels, on ne les traverse pas tout seul, c'est pourquoi j'aimerais remercier tous ceux qui m'ont permis de r´eussir. J'aimerais, pour commencer, remercier tout le personnel administratif du laboratoire pour leur travail de l'ombre qui rend notre travail plus facile. En particulier, merci a` Delphine que j'ai fait tourner en bourrique un certain nombre de fois.

Merci Benoˆıt Roman et Fran¸cois Gallaire d'avoir accept´ d'ˆetre mes rapporteurs. Vos commen-taires sur mon travail m'ont beaucoup touch´e. Merci Anette Peko Hoso¨ı et Marc Rabaud pour les discussions int´eressantes qui ont emerg´ de la soutenance.

La th`ese est un travail personnel qui se fait au sein d'une ´equipe. La qualit´e de l'environnement de travail au LadHyX est le r´esultat des nombreuses interactions entre les doctorants. Merci a` tout ceux qui ont rendu cette ambiance possible, que ce soit pour les d´ebats de la salle caf´e, ou les matchs de foot labo. Merci en particulier, Gaetan, pour les nombreux coups de pieds que tu as pu donner dans mes certitudes. Grˆace a` toi, j'ai gagn´e un peu d'une humilit´e qui me manquait cruellement. Merci Eunok pour ta bonne humeur communicative. Tu m'as rappel´ que mˆeme dans les pires situations, on a toujours int´erˆet a` garder le sourire.

Le fonctionnement de l'´equipe de la Compagnie des Interfaces est une des raisons majeures pour lesquelles j'ai choisi cette th`ese. Chacun travaille sur son sujet mais suit suffisamment le travail des autres pour ˆetre de bon conseil dans les moments de doute. Merci a` toute l'´equipe pour l'enrichissement que cela apporte a` chacun. Merci en particulier, Caro, de m'avoir guid´e a` mes d´ebuts. Tu as et´ un mod`ele tout au long de ma th`ese. Ta patience, ta comp´etence et ton investissement imposent le respect. Merci, Tim, pour les coups de motivex dans mes moments de doute. Merci, Romain, pour tes id´ees folles qui m'ont permis de d´ecompresser pendant ma longue p´eriode de r´edaction.

Merci a` tout ceux avec qui j'ai fait du sport, mon ballon d'oxyg`ene, donc merci aux grimpeurs : J´erome, Nico, Gaetan, et aux cyclistes : Jose, Guillaume, Gifi, le raid 2010 et 2011. Merci aux ´equipiers r´eguliers de raid (Arnaud, Eric, Quentin) et moins r´eguliers (Arnaud). Merci a` tous les h´eros du trail : Perrinhood, Fouch, Bobo, Bidz, Babanne...

Merci a` ceux qui on donn´e beaucoup de leur temps pour m'aider dans ce travail. Hanneke, avec toi, mon travail est pass´e d'un amas informe de donn´ees en un travail scientifique abouti. Oc´eane, Pendant pr`es de six mois, tu as relu et corrig´e mon manuscrit si souvent ! Ton aide a et´ d´eterminante dans cette aventure.

Cette th`ese est partie d'une question relativement vague issue d'une discussion entre Yves Parlier et Christophe Clanet. Merci,Yves, de l'avoir pos´e et de nous avoir fait confiance pour y r´epondre.

Merci pour toutes les discussions int´eressantes qui ont guid´e le cheminement de cette th`ese et m'ont permis de garder un pied dans la r´ealit´.

Au d´ebut de ma troisi`eme ann´ee a` l'X, il ´etait impensable pour moi de faire un th`ese. C'est grˆace (`a cause ?) aux discussions que j'ai eu avec David et Christophe que j'ai d ´ecouvert un autre aspect de la recherche, beaucoup moins aust`ere et presque ludique. Cela m'a convaincu de m'orienter vers cette voie. Je vous remercie de m'avoir fait confiance et de m'avoir int´egr´ dans l'´equipe.

Christophe, ces ann´ees pass´ees a` faire de la recherche avec toi et les discussions (anim ´ees) m'ont fait mˆurir et je t'en remercie.

Merci aux amis qui m'ont soutenu dans les moments difficiles. En particulier a` Arnaud, Quentin et Maxime, avec qui j'ai pu partager les moments de doute qui jalonnent le travail de th`ese.

Sam, tu as ´ecris tes remerciements avant moi, donc les miens vont ˆetre un peu redondants. On se connait depuis 25 ans et pendant toutes ces ann´ees, on a partag´e notre amour pour la science. A force de se poser des questions sur tout, on a fini par aller chercher les r´eponses nous-mˆeme. C¸ a nous a souvent men´ loin et tard, mais ¸ca nous a aidd´e `a nous construire. Merci pour ton amiti´e.

Je ne pense pas qu'on puisse arriver jusque l`a sans le soutien de sa famille. Merci, Papa, de m'avoir pouss´e toutes ces ann´ees, d'avoir toujours cru en moi. Merci, Maman, de m'avoir soutenu et de m'avoir aid´e devant les barri`eres qui me paraissaient insurmontables. Merci, Nico, Quentin, Hugues et Alix, notre proximit´e est une force ´enorme. J'ai beaucoup de chance d'avoir des fr`eres et sœur comme vous.

Table des matières

À Coco. . .

Préambule

Les cerf-volants, en apparence si simples, nous fascinent par leur magie et leurs performances. Le simple bout de ficelle, tenu dans la main de l’enfant qui le relie à un morceau de tissu volant dans le vent le remplit d’une joie intense. En grandissant il se passionnera pour l’apprentissage du pilotage précis et de la capacité du cerf-volant à développer une force importante susceptible de le tracter ou de le faire décoller. Buggy, kitesurf, snowkite, les sports de glisse ont aujourd’hui apprivoisé ce moteur ultra léger avec grand bonheur, pourvu qu’il y ait un peu de vent. Beau-coup de passionnés géniaux ont développ´ des cerfs-volants pour ces nouveaux sports et ont mis au point l’équipement qui va autour. La compétition sportive, les compétiteurs et les marques sont aussi les moteurs de l’innovation, de la performance et de la connaissance.

Les cerfs-volants ouvrent, grâce à ces progrès, de nouveaux horizons pour les énergies renouve-lables, la traction des navires et bien d’autres applications à découvrir. La recherche au niveau mondial se mobilise aujourd’hui pour mieux les comprendre.

Les cerfs-volants gardent, malgré tout, une grande soif de liberté, répondent aux caprices du vent. Leur structure et leur profil sont souvent déformables et ils alternent entre des phases de très forte traction et d’autres tout en finesse. Cela rend la recherche complexe et passionnante. Les expériences sont difficiles à mener car tributaires du vent qui est, par essence, variable et turbulent.

La démarche expérimentale d’Emmanuel au sein du LadHyX, la mise au point des exp ériences, l’observation, l’analyse des paramètres et de leur influence pour essayer d’en déduire des équations est passionnante. Pour nous, Beyond the Sea, arriver à reproduire les ph énomènes observés sur nos cerfs-volants en soufflerie de laboratoire est important. Leur compréhension nous aide à résoudre les défis technologiques auxquels nous sommes confrontés. Pour tracter un navire avec un cerf-volant, il faut arriver à le déployer dans le vent et aussi à le ramener à bord et le ranger dans son sac. Vu les surfaces importantes et la prise au vent cela nous a amen´ à faire appel au LadHyX pour réfléchir à l’ouverture des cerf volants de grande taille. A l’inverse pour les petits cerf-volants, savoir auto-stabiliser leur vol est très important pour se dispenser d’un coûteux pi-lote automatique. Le travail de recherche et la thèse d’Emmanuel, nous apportent des réponses scientifiques à ces deux grandes questions.

Yves Parlier

1 Mars 2016,

Arcachon

Introduction

« L'aventure est dans chaque souffle de vent. »

Charles Lindbergh

C'est en Chine, au cours du 4e si`ecle avant JC, que sont apparus les premiers cerf-volants. Cer-tains avaient la forme de cr´eatures effrayantes (figure 1a). On trouve ici l'´etymologie du mot cerf-volant : en vieux fran¸cais, serpent-volant, ou dragon-volant [1]. Leur potentiel de traction a rapidement fascin´e les hommes. Avant le premier mill´enaire, certains cerf-volants ´etaient ca-pables de soulever un homme [2]. Cette propri´et´ a rapidement et´ exploit´ee a` des fins militaires d'observation (figure 1b).



(a) Gravure de cerf-volants chinois 1843 (b) Cerf-volant militaire d'observation

FIGURE 1 – Utilisations historiques des cerf-volants

L'utilisation historique la plus c´el`ebre des cerf-volants est sans aucun doute l'exp´erience de Benjamin Franklin : en 1752, il cherche a` d´emontrer le caract`ere ´electrique des ´eclairs en guidant l'´electricit´ a` travers les fils humides d'un cerf-volant vers une bouteille de Leyde [3]. Bien que Franklin affirme avoir r´ealis´ l'exp´erience, il est peu probable que cela fut r´eellement le cas [4].



(a) « Charvolants » tractés dans différentes directions par des cerf-volants pour une même direction de vent

(b) Gravure intitulée « A Boat Race » représentant une barque tractée par un train de cerf-volants en course avec un bateau à voile, un bateau à vapeur et un bateau à rames.

FIGURE 2 – Gravures issues du livre *The Aeropleustic Art or Navigation in the Air by the use of Kites, or Buoyant Sails* de Georges Pocock [5]

L'engouement pour les cerf-volants s'est intensifié à la fin du 19e siècle et l'on peut dire que le cerf-volant est le précurseur du vol des objets plus lourds que l'air. En effet, les profils d'ailes des premiers avions ont d'abord été testés sur des cerf-volants. Par la suite, ils furent utilisés à des fins scientifiques (météorologie) ou à leur fin originelle, leur aspect ludique. Avec le premier choc pétrolier de 1973, le cerf-volant a de nouveau été à l'ordre du jour afin de développer l'énergie éolienne pour produire de l'électricité [6].

Cependant, dès le début du 19e siècle que l'instituteur et inventeur anglais George Pocock a probablement eu l'utilisation la plus intéressante des cerf-volants. Dans son livre *The Aeropleustic Art or Navigation in the Air by the use of Kites, or Buoyant Sails* [5], il propose d'utiliser des cerf-volants pour tracter des véhicules sur terre (figure 2a) et sur mer (figure 2b). Selon Pocock son invention, le « Charvolant » (comme son nom l'indique un chariot tracté par un cerf-volant), lui aurait permis de parcourir plusieurs centaines de kilomètres à la vitesse phénoménale de 32 km.h^{-1} (à comparer au cheval sans chariot dont le record du monde pour 160 km est de 5 h 45 min [7], soit une vitesse moyenne de 28 km.h^{-1}, ou à l'homme dont le record pour la même distance est de plus de 11 h 28 min soit une vitesse moyenne de 14 km.h^{-1}). Il est à noter que son invention permet de remonter au vent comme le présente la gravure 2a. Dans son étude, il

mentionne de nombreux problèmes encore d'actualité aujourd'hui : en particulier le stockage, la stabilité, les trains de cerf-volants (plusieurs cerf-volants sur une même ligne) et le contrôle du vol. Ce sont précisément ces problèmes que nous étudions dans cette thèse.

0.1 La ressource : d’o`u vient le vent ?

Le rayonnement solaire re¸cu par la terre n’est pas uniforme dans l’espace et dans le temps a` cause de l’inclinaison de l’axe de rotation de la Terre et de son orbite autour du soleil. Cette diff´erence de rayonnement se traduit par des diff´erences de pression dues a` un d´eficit de chaleur aux pˆoles et a` un exc`es a` l’´equateur. Ce diff´erentiel de pression induit la mise en mouvement des masses d’air afin d’uniformiser la chaleur a` la surface du globe. La circulation atmosph´erique a` grande ´echelle est d´efinie par 3 grandes cellules de convection par h´emisph`ere. A l’intersection de ces cellules se trouvent des courants jets tels que les Aliz´ees pr`es de l’´equateur ou encore le Jet Stream entre l’Am ´erique du nord et l’Europe [8]. La figure 3 montre une r´epartition mondiale instantan´ee des vents a` une altitude d’une centaine de m`etres. La force du vent varie entre 5 m.s$^{-1}$ et 30 m.s$^{-1}$. Le vent est plus intense au dessus des oc´eans o`u il d´epasse r´eguli`erement les 10 m.s^{-1}. L’´energie cin´etique volumique du vent vaut :

$$e_c = \frac{1}{2}\rho U_0^2, \quad (1)$$

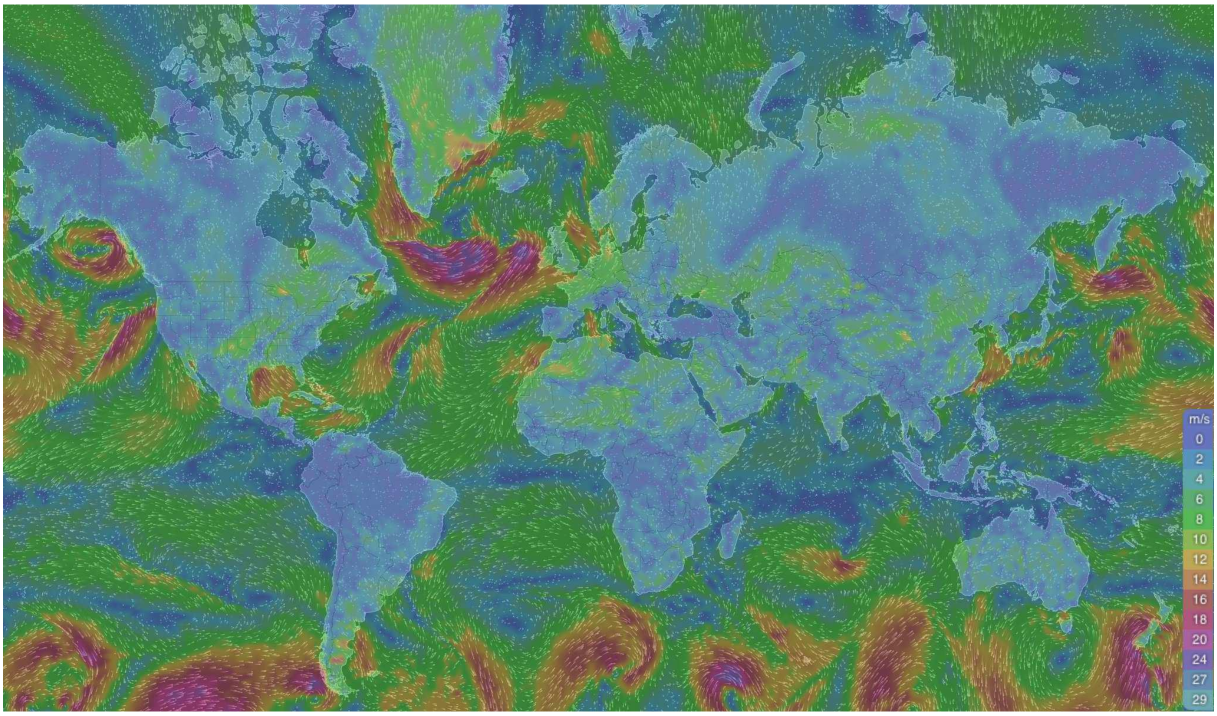


Figure 3 – Vent instantann´e le 04/03/2016 `a une altitude approximative de 100 m. Les donn ´ees sont issues du site collaboratif [9]

soit pour une vitesse de U_0 = 10 m.s^{-1}, $e_c \approx$ 50 J.m^{-3}. Cela correspond `a une quantit´e ´enorme d’´energie. Des ´etudes r´ecentes (Archer [10] et [11]) ´evaluent le potentiel maximal de produc-tion d’´energie ´eolienne mondiale `a 70 TW, soit 35 fois la consommation mondiale d’´electricit´ actuelle...

0.2 Comment récupérer l'énergie éolienne ?

Un dispositif de récupération de l'énergie du vent est un appareil qui perturbe l'écoulement du vent sur une surface A. Le flux d'énergie P_A qui passe par cette surface est :

$$P_A = \frac{1}{2}\rho A U_0^3 \tag{2}$$

Il n'est pas possible de récupérer toute cette énergie. En effet, l'énergie est récupérée en ralen-tissant l'écoulement. Si l'écoulement est entièrement bloqué, le flux de matière devient nul et la puissance diminue. De même si le flux n'est pas assez ralenti, peu d'énergie est récupérée. La loi de Betz, détaillée dans l'annexe A, prédit que la puissance maximale récupérable sur ce flux d'énergie est :

$$P_{Betz} = \frac{16}{27} P_A \approx 0.6 P_A \tag{3}$$

L'efficacité de différents dispositifs est calculée par Gorban [12] et varie beaucoup en fonction de la technologie utilisée. Les éoliennes actuelles de très grande taille permettent de récupérer jusqu'à 80% de cette limite théorique [13].

Les caractéristiques importantes des dispositifs de récupération d'énergie éolienne sont donc leur taille, leur efficacité mais surtout la vitesse du vent qui les traverse, or la vitesse du vent dépend fortement de l'altitude. Une loi empirique est communément utilisée pour approximer la vitesse du vent à une altitude z en connaissant sa vitesse à une altitude z_0 [14] :

$$U(z) = U(z_0)\left(\frac{z}{z_0}\right)^p, \tag{4}$$

où p rend compte de la rugosité du sol et par conséquent de la taille de la couche limite atmosphérique. Il est de l'ordre de 0.1 au dessus de la mer et de 0.14 au dessus des terres [15]. Cette loi donne pour information que le vent augmente avec l'altitude. Donc, en théorie, plus un dispositif de récupération est haut, plus il peut récupérer d'énergie. C'est d'ailleurs un des avantages des cerf-volants qui ne sont limités en altitude que par la masse du câble qui les fixe au sol.

0.3 Énergie des cerf-volants

Plusieurs systèmes existent pour récupérer l'énergie du vent avec des cerf-volants. Le plus simple est d'utiliser, comme Pocock, le cerf-volant pour tracter un véhicule ou dérouler un câble en faisant tourner un générateur [16]. Il est aussi possible d'embarquer directement une turbine sur le cerf-volant qui récupérera l'énergie du vent apparent au cerf-volant [17]. Par souci de simplicité, nous utiliserons ce dernier cas pour illustrer la puissance maximale que l'on peut récupérer avec un cerf-volant.

Considérons un cerf-volant avec les caractéristiques suivantes :

- A_{kite} : Aire du cerf-volant
- c_L : Coefficient de portance du cerf-volant
- c_{D0} : Coefficient de traînée intrinsèque du cerf-volant
- c_{De} : Coefficient de traînée induit par la turbine
- $c_D = c_{D0} + c_{De}$: Coefficient de traînée total du cerf-volant
- $c_N = \sqrt{c_L^2 + (c_{D0} + c_{De})^2}$: Coefficient de force total du cerf-volant

L'écoulement que ressent le cerf-volant, appelé vent apparent et noté U_a, est la somme du vent réel, noté U_r, et du vent vitesse, noté U_v opposé à la vitesse du cerf-volant, notée U_k, soit $U_v = -U_k$ (voir schéma 4). Le cerf-volant est soumis à la force aérodynamique F qui est la somme de la force de trainée parallèle au vent apparent F_D et de la force de portance perpendiculaire au vent apparent F_L.

$$
\begin{aligned}
F_D &= \frac{1}{2}\rho c_D A_{kite} U_a^2 \\
F_L &= \frac{1}{2}\rho c_L A_{kite} U_a^2 \\
F = \sqrt{F_L^2 + F_D^2} &= \frac{1}{2}\rho c_N A_{kite} U_a^2
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Le cerf-volant est en rotation autour de son point d'attache. Lorsqu'il se déplace à une vitesse constante, la force aérodynamique est parallèle à la tension dans la suspente. La force aérodynamique est donc perpendiculaire au vent vitesse du cerf-volant soit :

$$F.U_k = 0 \tag{6}$$

En développant la force et la vitesse on obtient :

$$(F_L + F_D).(U_r - U_a) = 0 \tag{7}$$

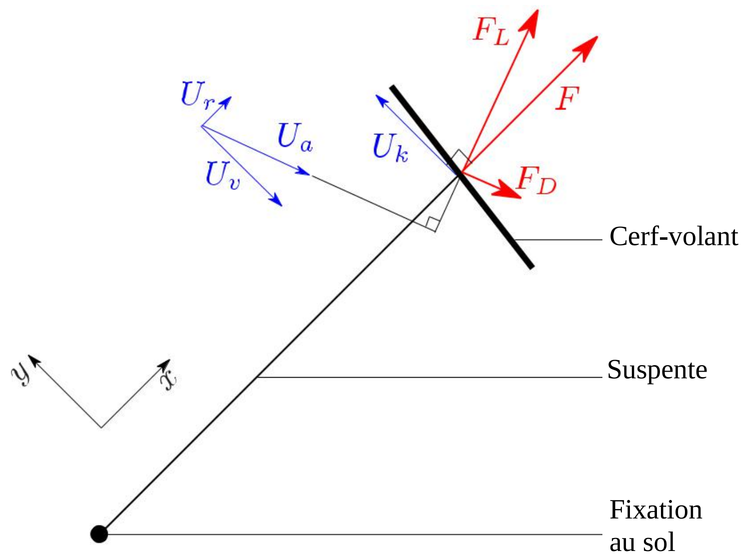


FIGURE 4 – Sch´ema pr´esentant les forces a´erodynamiques ressenties par le cerf-volant en vol parall`ele au sol. Le cerf-volant vole a` une vitesse $U_K = -U_V$ dans un vent U_R et ressent un vent $U_A = U_R - U_K$

puis :

$$F.U_r - (F_L + F_D).U_a = 0 \tag{8}$$

or la force de portance est perpendiculaire au vent apparent ($F_L.U_a = 0$) donc :

$$\text{puissance founie} = F.U_r = F_D.U_a = \text{puissance dissip´ee} \tag{9}$$

La puissance dissip´ee est maximale quand le produit $F.U_r$ est maximal. Pour une vitesse de vent U_r donn´ee, ce produit est maximal quand F et U_r sont parall`eles, soit quand U_r est perpendiculaire au d´eplacement. Dans ce cas :

$$\frac{1}{2}\rho A_{kite} U_a^2 \, (c_D\, U_a - c_N\, U_r) = 0 \tag{10}$$

La vitesse relative du cerf-volant est donc :

$$U_a = \frac{c_N}{c_D} U_r \tag{11}$$

Cela veut dire qu'une aile rigide performante peut atteindre entre 20 et 40 fois la vitesse du vent. La puissance r´ecup´er´ee dans la turbine vaut :

$$P_u = \frac{1}{2}\rho A_{kite} U_a^3 c_{De} \quad (12)$$

Soit :

$$P_u = \frac{1}{2}\rho A_{kite} U_r^3 c_{De} \left(\frac{c_N}{c_D}\right)^3 . \quad (13)$$

Si on note :

$$x = \frac{c_{De}}{c_{D0}}, \quad (14)$$

la puissance s'écrit :

$$P_u = \frac{1}{2}\rho A_{kite} c_{D0} U_r^3 x \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{c_L}{c_{D0}}\right)^2 + (1+x)^2}}{1+x}\right)^3 . \quad (15)$$

Si la portance est grande devant la traînée ($c_L \gg c_D$), cette expression se simplifie en :

$$P_u \approx \frac{1}{2}\rho A_{kite} U_r^3 c_L \left(\frac{c_L}{c_{D0}}\right)^2 \frac{x}{(1+x)^3} . \quad (16)$$

Cette valeur est maximale quand $x = 1/2$, soit quand l'énergie récupérée par la turbine vaut la moitié de l'énergie dissipée par la traînée intrinsèque du cerf-volant. Le rendement ζ vaut alors :

$$\zeta_{max} = \frac{P_u}{\frac{1}{2}\rho A_{kite} U_r^3} = \frac{4}{27} c_L \left(\frac{c_L}{c_{D0}}\right)^2 . \quad (17)$$

Pour $c_L \approx 1$ et $c_D \approx 0.1$ on obtient :

$$\zeta_{max} \approx 15. \quad (18)$$

La meilleure efficacité obtenue expérimentalement est de $\zeta = 8$ par la start-up Makani-Power [17]. Ce rendement largement supérieur à 1 peut apparaître surprenant, mais il n'est pas en contradiction avec la limite de Betz. En effet, l'aire prise en compte dans le calcul de ce rendement est celle du cerf-volant. Pour la limite de Betz, l'aire prise en compte est l'aire balayée par le cerf-volant. Si le cerf-volant parcours une trajectoire circulaire dont le rayon vaut une dizaine de

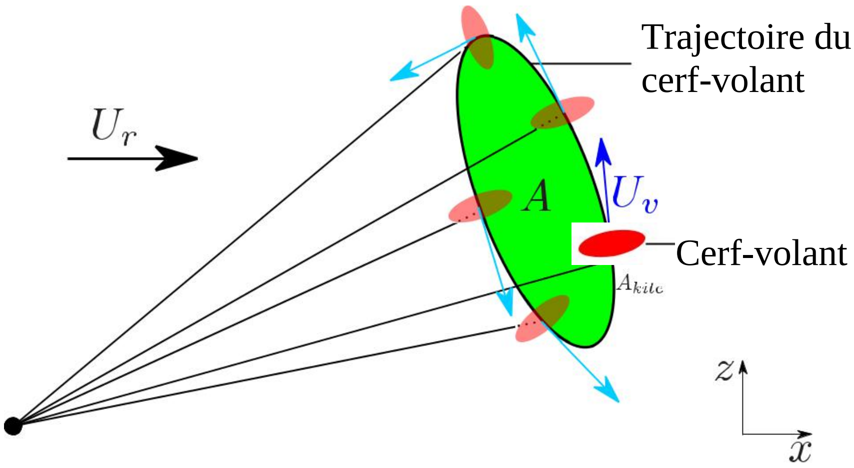


FIGURE 5 – Sch´ema de la trajectoire de vol du cerf-volant. L'aire du cerf-volant A_{kite} est beaucoup plus faible que l'aire couverte par la trajectoire A consid´er´ee dans la loi de Betz

fois son envergure (illustr´e figure 5), le rendement sera divis´e par un facteur 1000 environ, soit une r´ecup´eration de 1.5% de l'´energie de la zone balay´ee, bien en dessous de la limite de Betz... Cela pousse a` une utilisation des cerf-volants dans un cadre o`u l'espace n'est pas un probl`eme tel que l'oc´ean.

0.4 Puissance d'un navire

Celui qui n'a pas d'objectif ne risque pas de les atteindre.

Sun Tzu

Notre objectif est d'utiliser le vent pour assister à la propulsion des navires. Il est donc important d'avoir un ordre de grandeur de la puissance des moteurs de différents types de navires. Dans le tableau 1, nous donnons les principales caractéristiques de différents navires. Le Emma Maersk est un des plus gros porte-containers du monde. Le Federal Hudson est un vraquier de taille moyenne et le Miraceti est un chalutier de taille moyenne.

Navire	Emma Maersk [18]	Federal Hudson [19]	Miraceti [20]
Type	Porte-conteneurs	Vraquier	Chalutier
Longueur (m)	400	200	25
Puissance moteur (MW)	80	8	0.5
Trajet [21]	Europe-Chine	Canada-Europe	Atlantique nord
Vent moyen ($m.s^{-1}$) [22]	5	10	10
Vitesse ($m.s^{-1}$) [23]	8	6	4

TABLE 1 – Caractéristiques de quelques navires.

La puissance moteur des navires de grande taille est de l'ordre 10 MW, c'est sur cette valeur que nous nous basons pour comparer les moyens de propulsion éoliens.

0.5 Comparaison des moyens de propulsion ´eoliens

Il existe plusieurs moyens pour propulser un navire a` l'aide du vent qui ont chacun leurs avantages et leurs inconv´enients. Nous allons en d´etailler trois : les voiles (figure 6a), les rotors de Flettner (figure 6b) et les cerf-volants (figure 6c).



(a) Peinture du clipper *Salamis* toutes voiles dehors par Allan C. Green (1927)

(b) Photographie du navire E-ship 1 propuls´e par des rotors Flettner

(c) Photographie d'un catamaran tract´e par un cerf-volant de

FIGURE 6 – Diff´erents modes de propulsion ´eoliens

Pour chacun des syst`emes, nous donnerons les dimensions d'un syst`eme capable de fournir 10 MW soit un peu plus de 10% de la puissance d'un gros porte-container pour des conditions o`u le vent apparent est `a la perpendiculaire du navire avec une vitesse U_a = 10 m.s^{-1}. Le navire se d´eplace `a une vitesse de U_b = 10 m.s^{-1}.

0.5.1 Navire `a voile

Le plus classique des moyens de propulsion ´eoliens est la voile. Il est utilis´e depuis l'antiquit´e et est encore d´evelopp´ et am´elior´ aujourd'hui (Coupe de l'America, Sailrocket, etc... []). Le principe est d'installer une aile (souple ou rigide) a` la verticale sur le bateau et d'utiliser la portance cr´e´ee par le vent apparent pour se propulser (voir sch´ema 7a).

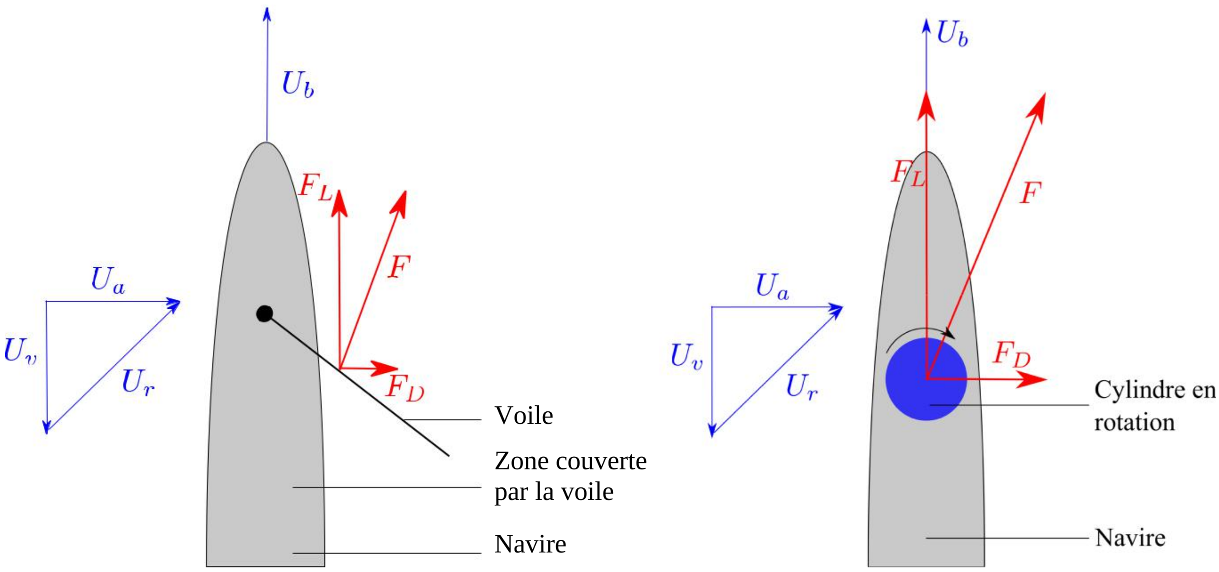
Le coefficient de portance d'une voile est de l'ordre de 1. La force de portance est dans l'axe du mouvement et la puissance fournie par la voile est :

$$P_{voile} = F_L . U_v \tag{19}$$

La surface de voile A_{voile} n´ecessaire pour obtenir une puissance de 10 MW est :

$$A_{voile} = \frac{2P_{voile}}{\rho c_L U_a^2 U_v} \approx 2.10^4 m^2 \tag{20}$$

Sur un bateau, la place r´eserv´ee a` la voile est d'autant plus grande que celle-ci doit pouvoir tourner autour du m^at afin de s'adapter a` la direction du vent (voir sch´ema 7a). Si on limite la



(a) Sch´ema du fonctionnement de la propulsion par une voile. La zone hachur´ee repr´esente la partie du pont du navire inutilisable a` cause du passage de la voile

(b) Sch´ema du fonctionnement d'un bateau a` rotor de Flettner

FIGURE 7 – Sch´emas de moyens de propulsion ´eoliens fix´es sur le pont des navires.

taille des m^ats a` 100 m, il faudrait 5 voiles de 40 m de large. Cela veut dire 5 zones de 40 m de rayon inutilisables sur le pont du navire, soit l'int´egralit´e du pont d'un p´etrolier de 400 m de long. Cette application n'est donc pas envisageable pour des navires de type porte-container. De plus, le cas etudi´ ici est proche d'une configuration optimale : la force a ´erodynamique est quasiment parall`ele au d´eplacement. Dans le cas g´en´eral, en particulier au pr`es, la force a´erodynamique peut avoir une composante perpendiculaire au d´eplacement importante, ce qui peut affecter la stabilit´e lat´erale du navire.

0.5.2 Navire `a rotor de Flettner

La portance d'une voile est donn´ee comme pour une aile par la circulation cr´e´ee par son pro-fil elanc´. En faisant tourner un cylindre, on cr´ee aussi une circulation autour. Si ce cylindre tournant est plac´e dans un ´ecoulement, cette circulation induit une portance dans la direction perpendiculaire au vent apparent. C'est ce qu'on appelle l'effet Magnus. La force de portance g´en´er´ee par un cylindre en rotation de hauteur L, de rayon R et de vitesse de rotation ω vaut [24] :

$$F_L = \rho(2\pi R^2\omega)LU_a \quad (21)$$

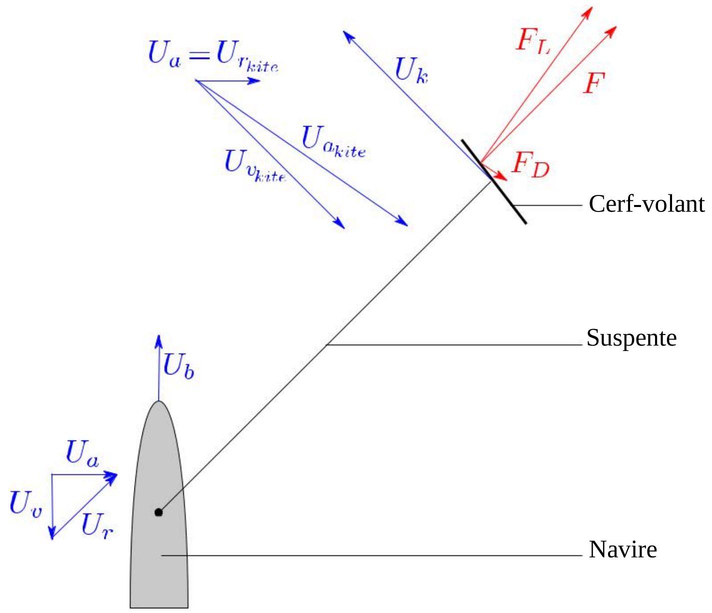


FIGURE 8 – Schéma du fonctionnement d'un bateau tracté par un cerf-volant. Le vent apparent ressenti par le cerf-volant $U_{A_{KITE}}$ est calculé à partir de son vent réel $U_{R_{KITE}}$ et de son vent vitesse $U_{V_{KITE}}$. Son vent réel est en fait le vent apparent pour le bateau $U_{R_{KITE}} = U_A$.

Il est possible d'utiliser ce principe pour fabriquer un dispositif de propulsion navale [25] [26]. Ce système est appelé rotor de Flettner. Le schéma du fonctionnement du système est donné dans la figure 7b. La puissance récupérée est $P_{f\,lettner} = F_L.U_V$ soit :

$$P_{f\,lettner} = \rho(2\pi R^2\omega)LU_a.U_V \tag{22}$$

Pour obtenir une puissance de 10 MW, il est possible de positionner 4 rotors de la même manière que sur le navire E-Ship 1 (figure 6b). Des rotors de 100 m de haut et de 5 m de rayon doivent tourner à une vitesse d'environ 2 rad.s^{-1}. En se basant sur les données fournies par Enercon sur les performances d'E-Ship 1 [27], nous pouvons estimer la puissance nécessaire à faire tour-ner les rotors à 10% de la puissance produite, soit environ 1 MW. Un tel dispositif est moins encombrant qu'une voile sur le navire. Il nécessite par contre de mettre en place des moteurs supplémentaires. Comme pour le cas des voiles, la force aérodynamique n'est en général pas parallèle au déplacement, ce qui peut avoir un impact important sur la stabilité latérale du navire.

0.5.3 Navire propulsé par cerf-volant

Pour tracter un navire avec un cerf-volant, on utilise le principe du schéma 8.

Prenons l'exemple d'un cerf-volant dont l'efficacit´ est de l'ordre de ζ = 5. Cette valeur est plus faible que l'efficacit´ de ζ = 8 obtenue par Makani, mais pour l'utilisation sur des bateaux, nous nous orienterions vers des cerf-volants souples qui ont une finesse plus faible. Pour obtenir une puissance de 10 MW, la surface du cerf-volant doit ˆetre de l'ordre de :

$$A_{kite} = \frac{2P_{kite}}{\rho \zeta U_a^3} \approx 4.10^3 m^2 \qquad (23)$$

Le cerf-volant n´ecessaire devrait faire entre 100 m et 200 m d'envergure (de l'ordre de deux Airbus A380). Un tel cerf-volant p`eserait plusieurs tonnes ! Son d´eploiement et son d ´ecollage sont un probl`eme que nous allons traiter dans le deuxi`eme chapitre de cette th`ese. Les deux principaux avantages de ce syst`eme par rapport a` des voiles ou des rotors de Flettner sont li´es. Le cerf-volant est reli´ au pont du navire directement. Ainsi, il ne n´ecessite pas de structure de grande taille qui occuperait de l'espace de stockage. De plus, le fait que le point d'attache soit aussi bas fait que le couple exerc´ sur le bateau est relativement faible. Un cerf-volant aura beaucoup moins d'effet sur le roulis que les deux autres syst`emes. Notons que pour atteindre 25% de la puissance d'un chalutier, une voile de 40 m^2 (soit environ deux fois la taille d'une grande voile de kitesurf) suffirait.

Il faut noter que ce calcul sous estime l'efficacit´ du cerf-volant. En effet, il peut voler largement au dessus de la hauteur des mˆats d'un bateau. Le vent qu'il percevra sera donc plus fort d'environ 20% pour un vol a` 300 m par rapport a` un mˆat de 100 m, soit une puissance augment´ee de 60%.

0.5.4 Autres moyens de propulsions ´eoliens

D'autres moyens de propulsion ´eoliens existent. Il s'agit en g´en´eral de moyens indirects : le dispositif est une ´eolienne qui r´ecup`ere de l'´energie et la transmet a` une h´elice dans l'eau ou, dans le cas d'un dispositif terrestre, directement aux roues. Ces moyens de propulsions ont comme avantage la capacit´e d'avancer face au vent. Certains peuvent mˆeme aller plus vite que le vent avec le vent dans le dos ([28], [29]).

0.5.5 R´ecapitulatif des avantages et inconv´enients des moyens de propulsion ´eoliens

	Avantages	Inconv´enients
Voile	— Ne risque pas de tomber a` l’eau — Risque de cassure du mˆat	— Couple de retournement important — Encombrement important — Complexit´ de r´eglage — Fragilit´e
Rotor de Flettner	— Simplicit´e de r´eglage — Ne risque pas de tomber a` l’eau	— Couple de retournement important — Encombrement important — M´ecanique compliqu´ee
Cerf-volant	— Couple de retournement faible — Encombrement faible	— Complexit´ de r´eglage — Complexit´ du d´ecollage et du repliement — Complexit´ du pilotage automatique

TABLE 2 – Avantages et inconv´enients des dispositifs de propulsion ´eoliens

0.6 Sujet de cette ´etude

Les cerf-volants permettant de tracter des navires de tr`es grande taille (typiquement 300 m) devront avoir une envergure de plus de 100 m. Cela pose plusieurs probl`emes techniques importants : une structure de cette taille doit pouvoir se d´eployer de mani`ere fiable et autonome. De plus, une chute a` la mer d'un cerf-volant de cette taille rendrait sa r´ecup´eration presque impossible, la question de la stabilit´e du vol est donc capitale. C'est sur ces deux points que nous avons concentr´ notre ´etude apr`es plusieurs ´echanges avec Yves Parlier.

0.6.1 D´eploiement d'un cerf-volant

La r´ecup´eration d'´energie par cerf-volant peut se faire a` partir de trois principaux types de cerf-volants : des ailes rigides comme le projet de cerf-volants sous marins Deep Green [30] (figure 9a), des ailes a` caissons comme le projet de traction de cargos de Skysails [31] (figure 9b) et des ailes a` structure gonflable comme la majorit´e des cerf-volants sportifs (figure 9c).



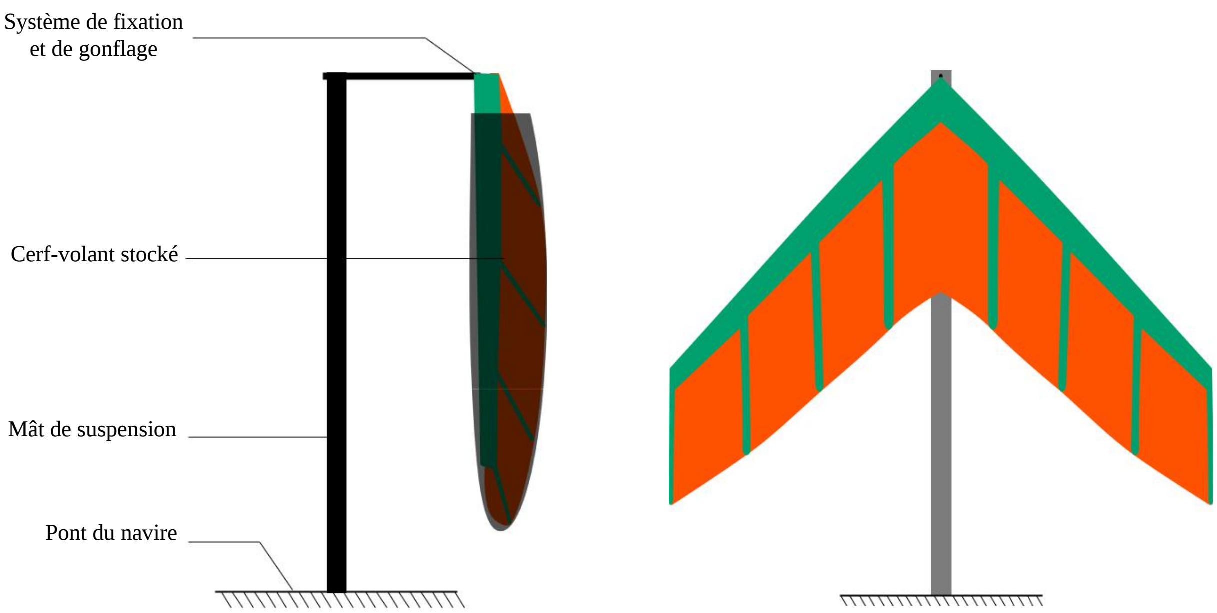
(a) Aile de cerf-volant sous-marine rigide utilis´ee pour le projet Deep Green.

(b) Aile de cerf-volant a` caissons Skysails sur le cargo Beluga Skysails.

(c) Aile gonflable Beyond the Sea de 50 m^2 utilis´ee pour tracter un chalutier

FIGURE 9 – Trois types de structures de cerf-volants

Chacun de ces syst`emes a` ses avantages. Le syst`eme d'ailes rigides est le plus efficace car l'aile peut avoir une finesse tr`es elev´ee et donc atteindre des vitesses tr`es importantes (´equation 11). Pour le projet Deep Green, l'aile se d´eplace jusqu'`a dix fois plus vite que l'´ecoulement auquel elle est soumise malgr´e le syst`eme de r´ecup´eration d'´energie embarqu´. Ce dispositif n'est cependant pas compatible avec l'utilisation que nous voulons en faire car difficile a` faire d´ecoller et a` stocker. Le syst`eme d'ailes a` caissons utilis´e par Skysails a comme avantage d'avoir lui aussi une bonne finesse mais il est compliqu´e a` faire d´ecoller car il n'a de rigidit´e que gr^ace a` l'´ecoulement. De plus, il ne flotte pas et est donc tr`es compliqu´e a` r´ecup´rer en cas de chute a` la mer. C'est principalement pour cette contrainte de flottabilit´e que nous nous orientons vers des cerf-volants a` structure gonflable. Les boudins de la structure gonflable permettent au cerf-volant de flotter et surtout de se d´eployer sans l'aide du vent. Pour permettre le d´eploiement, on peut mettre en place le dispositif pr´esent´ dans la figure 10. Le cerf-volant est attach´e a` un m^at en hauteur et



(a) Dispositif de stockage de profil

(b) Aile de cerf-volant en cours de d´eploiement, apr`es le retrait du sac de stockage

FIGURE 10 – Sch´ema du dispositif permettant le stockage et le d´ecollage du cerf-volant sur le navire

maintenu dans son sac de stockage. Pour le d´eployer, on injecte de l'air sous pression dans la structure gonflable et l'on retire le sac de stockage. Le chapitre 2 pr´esente l'´etude de l'ouverture d'un cerf-volant muni d'une telle structure gonflable.

0.6.2 Vol d'un cerf-volant

Dans le cas d'un dispositif de r´ecup´eration d'´energie a` terre, la chute d'un cerf-volant de grande taille peut ˆetre dangereux. La question de la s´ecurit´ est une des principales raisons pour les-quelles les dispositifs de r´ecup´eration d'´energie par cerf-volant ne se sont pas encore beaucoup d´evelopp´es [32]. De mˆeme, si un cerf-volant s'abime en mer, il est quasiment impossible de le r´ecup´erer.

Ces grands cerf-volants sont bien sˆur pilot´es. Cependant, il est n´ecessaire de bien comprendre les ´eventuelles instabilit´es de vol dont ils font l'objet afin de bien dimensionner le pilote automatique. Pour des raisons de contrˆole [33], il est aussi important que le pilote automatique ait un temps de r ´eponse sensiblement plus court que le temps de d´eveloppement des instabilit´es de vol.

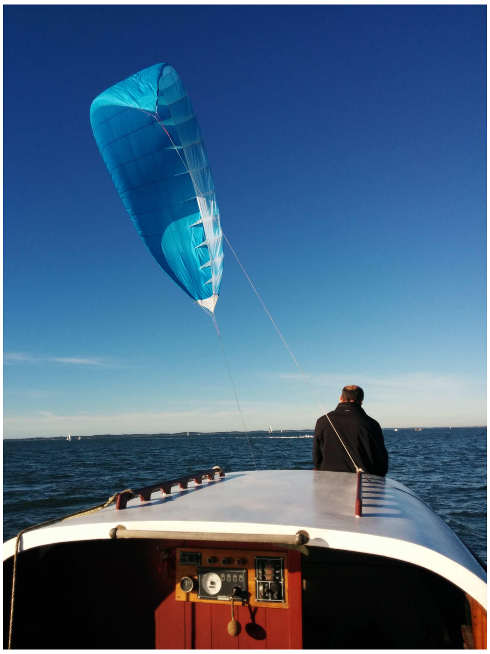
Le domaine des grands cerf-volants de traction n'est pas le seul a` ˆetre int´eress´ par la stabilit´e de traction. Le march´e pour des cerf-volants de traction de s´ecurit´ pour la plaisance est aussi en d ´eveloppement. Il s'agit d'installer des cerf-volants performants, sans pilote automatique, comme moteur d'appoint en cas de panne d'un bateau a` moteur (ou simplement pour ´economiser



(a) Chalutier tracté par une voile Omega Sails



(b) Cerf volant utilisé par Lalou Roucayrol et Yves Parlier pour tracter le Class 50 « Arkema Région Aquitaine » ayant démâté entre Madère et les Canaries en 2014



(c) Cerf-volant autostable en cours de développement par Beyond the Sea

FIGURE 11 – Exemples de cerf-volants autostables

le carburant). Aujourd'hui la marque Omega Sails [34] vend un dispositif proche du parachute (figure 11a) qui ne permet pas de remonter au vent. Nous envisageons d'utiliser des cerf-volants plus performants, proches de ceux utilisés en kitesurf. Les figures 11b et 11c montrent deux prototypes de ces cerf-volants autostables performants développés par Beyond the Sea. Ces cerf-volants oscillent naturellement plus que les formes de parachutes. Notre étude visera à comprendre ces oscillations et à déterminer les situations dans lesquelles ces oscillations mènent à une chute du cerf-volant. Une bonne compréhension de ces oscillations nous permettra de mettre en place des cerf-volants plus performants qui gardent leur propriété d'autostabilité.

Chapitre 1

Déploiement d'un cerf-volant

> « Seul l'arbre qui a subi les assauts du vent est vraiment vigoureux, car c'est dans cette lutte que ses racines, mises à l'épreuve, se fortifient. »
>
> *Sénèque*

1.1 Introduction

Les structures gonflables sont utilisées dans des domaines variés en raison de leur très bon rap-port rigidité/poids ainsi que de leur faible encombrement lorsqu'elles sont dégonflées. On les utilise lorsque des structures doivent être à la fois rigides et flottantes comme les canots de sauvetage (figure 1.1a). Elles sont aussi utilisées pour mettre en place rapidement des bâtiments temporaires et légers (figure 1.1b). Les nombreuses études portant sur les structures gonflables se sont majoritairement concentrées sur leur utilisation en aérospatiale. L'étude de W.B. Fitcher [35] est menée à la NASA dans le but d'utiliser ces structures gonflables pour déployer des satel-lites. Dans cette situation, la masse et l'encombrement de la structure sont des facteurs capitaux. Cette étude continue aujourd'hui avec le projet IAE [36] (Inflatable Antenna Experiment) qui vise à déployer dans l'espace de grandes antennes (24 m de long et 14 m de diamètre) légères, à faible encombrement initial (figure 1.1c). Dans ce contexte, R.L. Comer est le premier à étudier les poutres gonflables et à développer une théorie sur le comportement « plastique » des boudins [37].

L'utilisation de dispositifs gonflables pliés permet de minimiser l'encombrement pour leur sto-ckage mais introduit le problème de leur déploiement. Dans certains cas, comme les airbags ou les parachutes, une ouverture rapide est nécessaire. De façon générale, l'ouverture de structures gonflables est contrôlée par un équilibre entre un mécanisme « moteur » et un « frein ». Le



(a) Bateau `a structure gonflable (b) Batiment a` structure gonflable (c) Antenne spaciale gonflable

FIGURE 1.1 – Diff´erentes structures gonflables

moteur de l’ouverture est la r´eserve d’´energie qui permet d’ouvrir la structure et le frein est la forme d’´energie dans laquelle l’´energie du moteur est transf´er´ee. L’´energie « motrice » est soit interne (plis) soit externe (´ecoulement). L’importance relative de ces deux moteurs est donn´ee par un nombre de Cauchy $C_y = \frac{W_{ecoulement}}{\mathbf{E}_{pli}}$ qui est le rapport entre le travail des forces hydrodynamiques dues a` l’´ecoulement ($W_{ecoulement}$) lors de l’ouverture de la structure et l’´energie motrice la structure pli´ee ($\mathbf{E}_{pli}$). Lors de l’ouverture, la structure acquiert une vitesse. Une partie de l’´energie stock´ee dans le pli est donc transf´er´ee sous forme d’´energie cin´etique. Lorsque la structure s’ouvre dans un fluide, elle le perturbe et lui transmet aussi de l’´energie cin´etique. La vitesse caract´eristique de la structure et du fluide environnant ´etant li´ees, le rapport entre l’´energie cin´etique donn´ee a` la structure et l’´energie cin´etique donn´ee au fluide est simplement le rapport entre la masse du fluide perturb´ et la masse de la structure. Ce rapport est donn´e par le nombre $M_{FK} = \frac{m_{fluide}}{m_{kite}}$. Les deux nombres adimensionn´es C_y et M_{FK} d´efinissent l’espace des phases de l’ouverture pr´esent´ sur la figure 1.2. Diff´erentes zones apparaissent. Nous allons les d´ecrire et les ´etudier. Les photos sont des exemples de syst`emes qui s’ouvrent dans diff´erentes gammes de M_{FK} et C_y. L’antenne spaciale se d´eploie pour $M_{FK} \approx 0$ et $C_y \approx 0$. Un airbag se d´eploie avec $M_{FK} \approx 1$ et $C_y \approx 10^6$. Un parachute se d´eploie avec $M_{FK} \approx 10^2$ et $C_y \approx 10^7$

Dans cette partie, nous ´etudions la dynamique d’ouverture de structures gonflables avec ou sans ´ecoulement de fa¸con a` placer les cerf-volants dans cet espace des phases. Dans un premier temps, nous caract´erisons le comportement statique de boudins gonflables (section 1.3). Cette ´etude est n´ecessaire pour avoir acc`es a` la quantit´e d’´energie stock´ee dans les plis de la structure gonflable. Cette quantit´e nous permettra de d´eterminer le nombre de Cauchy de l’ouverture d’un cerf-volant. Ensuite, afin de comprendre le m´ecanisme d’ouverture sans ´ecoulement ext´erieur, nous nous pla¸cons dans le cas d’un nombre de Cauchy nul et nous faisons varier le nombre de masse en changeant le fluide dans lequel a` lieu l’ouverture des boudins gonflables (section 1.4). Enfin, nous ´etudions l’ouverture de structures de diff´erentes ´elasticit´es, a` fort nombre de masse, dans un ´ecoulement pour comprendre le m´ecanisme d’ouverture d’un cerf-volant dans des conditions proches de la r´ealit´ (section 1.5). Nous revenons enfin au diagramme de la figure 1.2 dans la section 1.6.

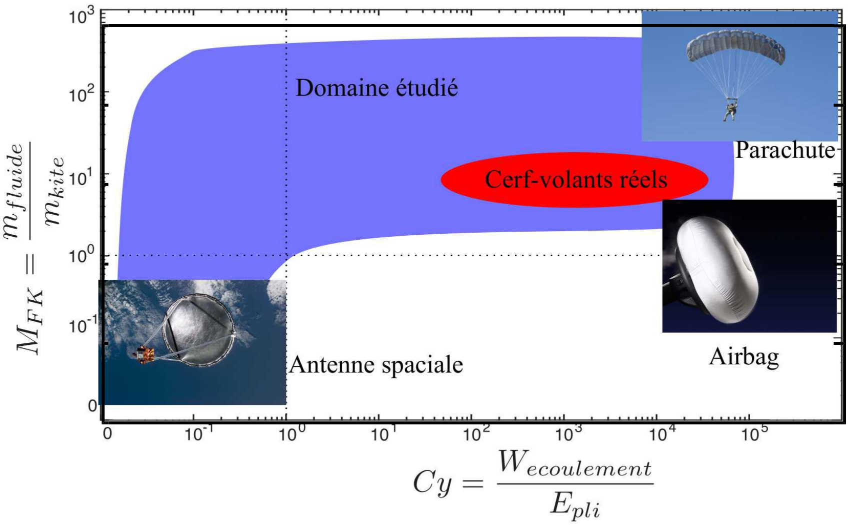


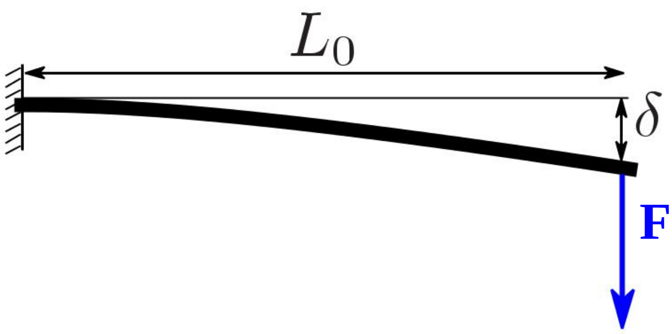
FIGURE 1.2 – Espace des phases pour l'ouverture des structures gonflables.

1.2 Quelques rappels sur la physique des poutres

Pour comprendre en quoi les boudins gonflables se distinguent des poutres classiques, nous exposons ici quelques rappels sur la physique des poutres. Pour cela, nous nous basons sur l’exp ´erience simple de la poutre de Galil´ee [38] pr´esent´ee dans la figure 1.3a. Nous consid´erons une poutre cylindrique de rayon R, de longueur L_0. Cette poutre est encastr´ee a` une extr´emit´ et son autre extr´emit´ee est soumise a` une force F perpendiculaire a` son axe. Nous nous int´eressons a` la d´eflexion δ a` l’extr´emit´ de cette poutre. Cette exp´erience est pr´esent´ee dans la figure 1.3b.



(a) Sch´ema historique de l’exp´erience de la poutre de Galil´ee [38]



(b) Sch´ema experimental et conventions

FIGURE 1.3 – Dispositif exp´erimental de poutre encastr´ee de Galil´ee

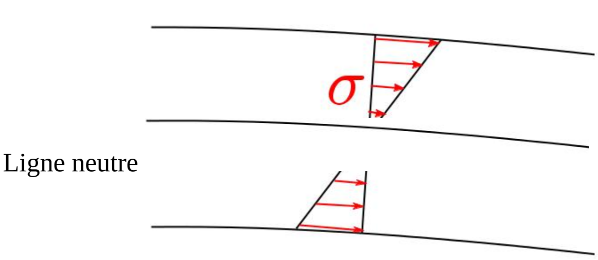
1.2.1 D´eformation ´elastique de la poutre

Si la force F est suffisamment faible, le mat´eriaux de la poutre r´eagit de mani`ere ´elastique. Les contraintes σ dans la poutre varient lin´eairement avec la d´eformation relative ϱ. Le module d’Young E caract´erise le lien entre les contraintes et la d´eformation [39] :

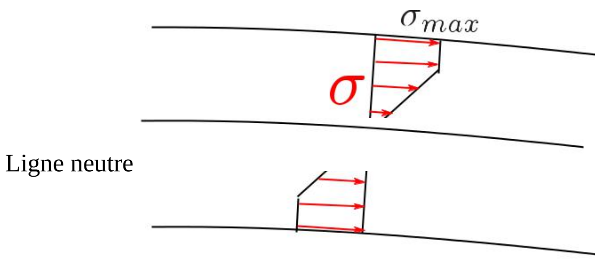
$$\sigma = E\varrho. \tag{1.1}$$

La th´eorie des poutres de Bernouilli [40] consid`ere que la d´eformation varie lin´eairement par rapport a` la ligne neutre de la poutre. Cette th´eorie est valable pour les poutres de grand rapport d’aspect ($R \ll L_0$). La r´epartition des contraintes dans cette limite est pr´esent ´ee dans la figure 1.4a.

L’´energie ´elastique $d\mathbf{E}_e$ stock´ee dans le volume dτ d’un mat´eriau ´elastique de d ´eformation ca-ract´eristique ϱ vaut [40] :



(a) Représentation des contraintes et de la ligne neutre lors d'une déformation de poutre élastique



(b) Représentation des contraintes et de la ligne neutre lors d'une déformation au delà de la li-mite de plasticité

FIGURE 1.4 – Représentations schématiques des contraintes dans une poutre

$$dE_e \approx E\varrho^2 d\tau \tag{1.2}$$

La déformation caractéristique dans la poutre vaut :

$$\varrho \approx \frac{\delta R}{L_0^2}. \tag{1.3}$$

L'énergie élastique stockée dans la poutre vaut alors :

$$E_e \approx E \frac{R^4}{L_0^3}\delta^2 \approx \frac{EI}{L_0^3}\delta^2 . \tag{1.4}$$

Le coefficient caractérisant la rigidité géométrique de la poutre est appelé second moment d'iner-tie et noté I. Il est proportionnel à R^4 dans le cas d'une poutre pleine cylindrique. L'énergie élastique stockée dans la poutre est égale au travail fourni par la force F qui vaut F δ. Cela nous permet d'obtenir une loi d'échelle sur la déflexion :

$$\delta \approx \frac{L_0^3}{EI} F. \tag{1.5}$$

La déflexion augmente linéairement avec la force appliquée et nous pouvons aussi définir une raideur élastique équivalente k à la poutre qui vaut :

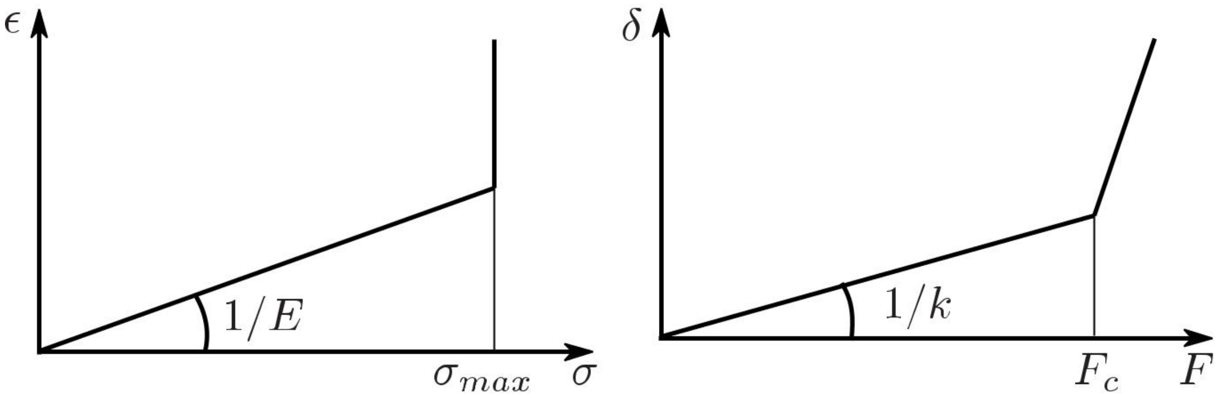
$$k \approx \frac{EI}{L_0^3}. \tag{1.6}$$

1.2.2 Limite de l’´elasticit´ lin´eaire

Lorsqu’un mat´eriau subit des d´eformations trop importantes, celles-ci ne sont plus r´eversibles [41]. La contrainte ´etant lin´eairement li´ee a` la d´eformation, ce ph´enom`ene intervient quand la contrainte atteint une valeur critique σ_{max}. Quand cette valeur est atteinte dans certaines zones de la poutre, le mod`ele de l’´elasticit´ lin´eaire n’est plus valable. Deux comportements d ´ependant du mat´eriau et de sa microstructure sont possibles dans ce cas : le mat´eriau peut se d´eformer de mani`ere irr´eversible sans casser – comportement plastique (ou ductile) [42] – ou bien le mat´eriau peut aussi casser – comportement fragile [43].

1.2.2.1 Comportement plastique

Un comportement plastique se caract´erise par une contrainte qui ne d´epend pas (ou peu) de la d´eformation. L’´evolution du d´eplacement en fonction de la contrainte peut se sch´ematiser comme dans la figure 1.5a. La r´epartition des contraintes dans la poutre au-del`a de la limite de plasticit´e est pr´esent´ee dans le sch´ema 1.4b. Ce comportement m`ene a` une d´eflexion qui augmente plus vite avec le chargement appliqu´e que dans la situation ´elastique initiale. La d ´eflexion typique en fonction du chargement est pr´esent´ee dans la figure 1.5b.



(a) D´eformation en fonction de la contrainte pour un mat´eriau plastique classique.

(b) D´eflexion en fonction de la force appliqu´ee pour un mat´eriau plastique classique.

FIGURE 1.5 – Comportement classique d’une poutre plastique

1.2.2.2 Comportement fragile

Un comportement fragile se caract´erise par une rupture violente quand la contrainte maximale est atteinte dans certaines zones de la poutre.

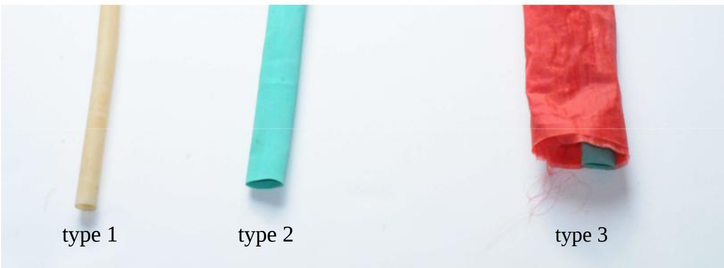
1.3 Caract´erisation des boudins ´elastiques

Cette premi`ere partie vise a` ´etablir le comportement d'une structure gonflable en flexion et par l`a mˆeme ´evaluer l'´energie $\mathbf{E}_{pli}$ stock´ee dans la structure lorsqu'elle est pli´ee. Pour cela, nous avons r´ealis´ des exp´eriences similaires a` celle de la poutre de Galil´ee en rempla¸cant la poutre par un boudin gonflable.

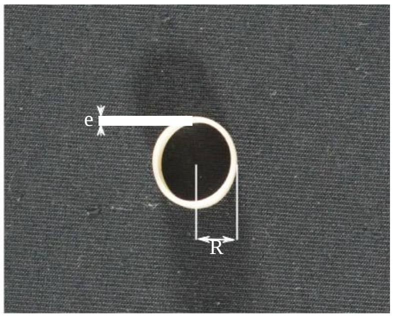
1.3.1 Syst`eme etudi´

1.3.1.1 Description des boudins utilis´es dans les exp´eriences de flexion

Les boudins sont caract´eris´es par leur longueur L_0, leur rayon R, l'´epaisseur de leur membrane e et leur module ´elastique E. Dans cette ´etude, trois types de boudins sont utilis´es (figure 1.6) de fa¸con a` pouvoir changer leurs propri´et´es m´ecaniques et g´eom´etriques. Les propri´et´es des diff´erents types de boudins sont list´ees dans le tableau 1.1. Nous resterons dans le cadre de boudins elanc´es (L > 10 R) et a` membrane fine (R > 10 e). Une caract´eristique des membranes fines qui nous int´eressera particuli`erement est le fait qu'elles flambent d`es qu'elles sont soumises a` des efforts de compression (voir annexe B).



(a) D´etail des diff´erents boudins utilis´es dans les exp ´eriences de flexion. Le boudin de type 1 est en caoutchouc et le boudin de type 2 est en latex. Le boudin de type 3 est constitu´e d'une enveloppe en nylon tiss´e de fort module d'Young et d'une chambre a` air (boudin de type 2) de faible mo-dule d'Young permettant d'´etanch´eifier le boudin. Le rayon consid´er´ pour le boudin de type 3 est celui de l'enveloppe en nylon.



(b) Vue en coupe du boudin de type 1. e est l'´epaisseur de la membrane du boudin. Pour les tubes de type 3 cette ´epaisseur est celle de l'enve-loppe de nylon. R est le rayon ext´erieur du boudin.

FIGURE 1.6 – Caract´eristiques des boudins utilis´es.

1.3.1.2 Dispositifs exp´erimentaux

Deux dispositifs exp´erimentaux sont utilis´es pour effectuer les exp´eriences de flexion. La premi`ere exp ´erience est une ´etude de la flexion trois points des boudins. La seconde est une exp´erience

	Type 1	Type 2	Type 3
Epaisseur e (m)	$6\,10^{-4}$	$7\,10^{-4}$	$2\,10^{-4}$
Rayon R (m)	$5.9\,10^{-3}$	$9.5\,10^{-3}$	$1.4\,10^{-2} – 2.6\,10^{-2}$
Longueur L_0 (m)	0.1 – 0.2	0.1 – 0.2	0.2 – 0.5
Masse M_s (g)	2 – 4	40 – 80	5 – 14
Moment d'inertie I (m^4)	$4.2\,10^{-10}$	$1.6\,10^{-9}$	$1.7\,10^{-9} – 1.1\,10^{-8}$
Module d'Young E (Pa)	$8.7\,10^{5}$	$1.3\,10^{6}$	$4.0\,10^{8}$
EI (Pa.m^4)	$3.6\,10^{-4}$	$2.1\,10^{-2}$	$6.9\,10^{-1} – 4.4$
Pression dans le tube p (Pa)	$10^3 – 3\,10^4$	$10^3 – 3\,10^4$	$3\,10^4 – 3\,10^5$
Chargement F (N)	0.05 – 0.1	0.05 – 0.1	0.5 – 10

TABLE 1.1 – Caract´eristiques et plages de variation des param`etres des boudins gonflables uti-lis´es.

de poutre encastr´ee. Ces exp´eriences vont permettre de comprendre le comportement ´elastique des diff´erents boudins.

1.3.1.2.1 Flexion trois points

Le dispositif de flexion trois points est pr´esent´ sur le sch´ema 1.7a. Le principe de cette exp ´erience est de mesurer la d´eflexion de l'extr´emit´ du boudin en fonction de la longueur du tube L_0, du chargement appliqu´e F = M g et de la pression int´erieure p.

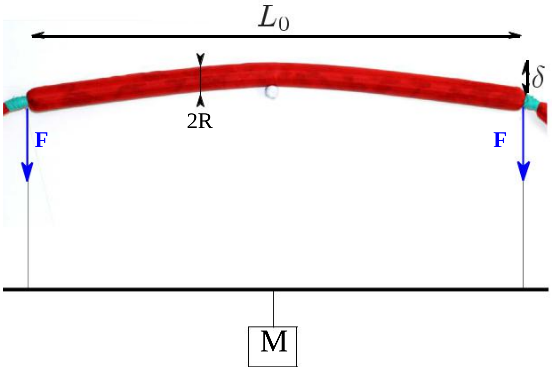
1.3.1.2.2 Poutre encastr´ee

Le deuxi`eme dispositif utilis´e est une exp´erience de poutre encastr´ee pr´esent´ sur la figure 1.7b. Le protocole de mesure est le mˆeme que celui utilis´e pour la flexion trois points.

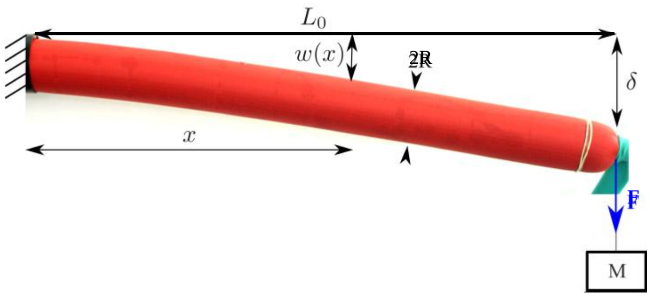
1.3.1.2.3 Protocole

Pour mesurer la d´eflexion des poutres gonflables, on suit le protocole suivant :

— Fixation de la longueur du boudin L_0 et de la pression interne p ;
— prise d'une photo de r´ef´erence sans charge appliqu´ee (F = 0 N, δ = 0) ;
— prise d'une photo pour diff´erentes charges connues ;
— d´etermination de la d´eflexion par analyse d'images.



(a) Photo de l'expérience de flexion trois points utilisée pour le boudin de type 3. Le boudin est posé sur un support fixe. Une charge de masse M est attachée à une tige rigide permettant de maintenir les efforts verticaux. La force appliquée aux extrémités du boudin est $F = \frac{Mg}{2}$. On mesure le déplacement δ de l'extrémité du boudin par rapport à sa position à chargement nul.



(b) Photo de l'expérience de poutre encastrée pour le boudin de type 3. Le boudin est fixé dans un tube rigide de diamètre égal au diamètre du boudin ce qui permet de garantir la condition d'encastrement. Une charge de masse M est suspendue à l'extrémité du boudin. L'effort exercé est alors $F = Mg$. On mesure le déplacement δ de l'extrémité du boudin par rapport à sa position à chargement nul.

FIGURE 1.7 – Dispositifs expérimentaux utilisés pour l'étude de la poutre en flexion.

1.3.2 Observations qualitatives

La figure 1.8 montre l'évolution de la forme d'un boudin en flexion trois points lorsqu'on augmente le chargement.

Les photos 1.8a, 1.8b et 1.8c présentent un comportement « classique » de poutre en flexion élastique : la déflexion augmente linéairement avec le chargement appliqué (figure 1.8e). La photo 1.8d montre un comportement différent. On observe sur 1.8e que la déflexion a doublé entre 1.8c et 1.8d pour un chargement multiplié par 1.5. Au niveau du milieu de la poutre, un pli est apparu, comme on peut le voir sur l'agrandissement de la figure 1.8d. Ce pli correspond au flambage de la membrane du boudin. L'évolution de la déflexion δ en fonction du chargement F appliqué est présentée pour différentes valeurs de la pression interne p sur la figure 1.9. On observe que pour des chargements faibles, la déflexion suit une loi linéaire. Pour des chargements plus importants, le comportement s'écarte de la loi linéaire et se rapproche d'un comportement plastique 1.5b. Cela correspond à l'apparition du pli visible (figure 1.8d). Ce comportement n'est pas sans rappeler la rupture d'un matériau fragile ou la plastification en grandes déformations [44]. Deux paramètres caractérisent donc la déformation des ≪ poutres gonflables ≫ : leur rigidité linéaire effective k telle que $F = k\delta$ et leur seuil de plasticité F_c.



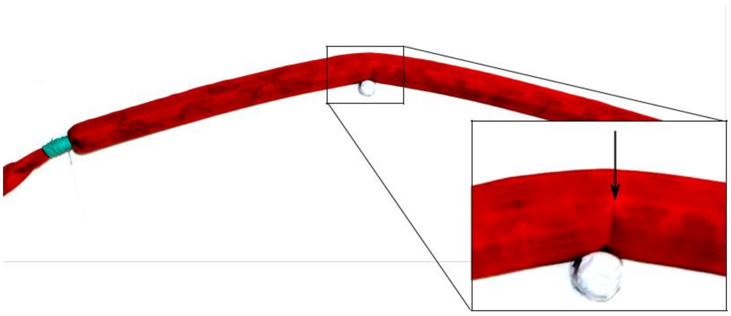
(a) F = 0 N



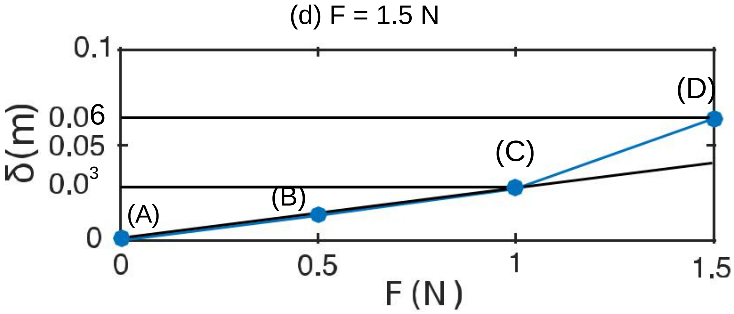
(b) F = 0.5 N



(c) F = 1 N



(d) F = 1.5 N



(e) D´eflexions de la poutre gonflable en fonction du chargement appliqu´e

FIGURE 1.8 – ´Evolution de la forme du boudin avec l'augmentation de la charge pour un boudin de type 3 de longueur L_0 = 55 cm. Les photos 1.8a, 1.8b et 1.8c montrent un comportement classique de poutre en flexion. La photo 1.8d montre le flambage de la membrane au milieu du boudin.

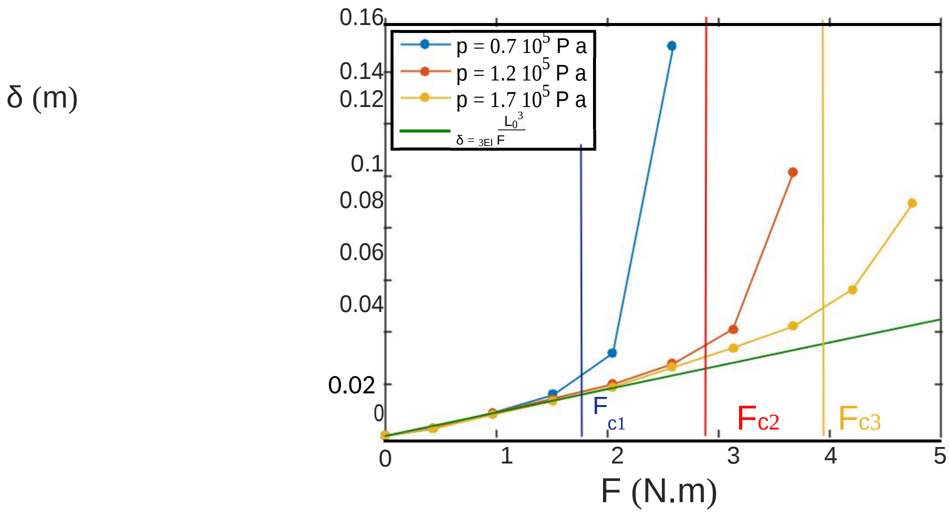


FIGURE 1.9 – Déflexion d'un boudin de type 3 de rayon R = 14 mm et de longueur L = 0.27 m en fonction du chargement F appliqué pour différentes pressions internes. Le chargement critique F_c d'apparition du pli est matérialisé par les droites verticales en pointillé. Le modèle d'élasticité linéaire ($\delta = \frac{F L_0^3}{3EI}$, équation 1.9) est représenté par la droite verte pleine.

1.3.3 Étude de l'élasticité linéaire d'une poutre encastrée

Pour comprendre ces comportements, on commencera par étudier le comportement élastique des boudins dans le cas de la poutre encastrée. Lorsque la membrane du boudin est en tension, celui-ci se comporte comme une poutre de section cylindrique. Le moment d'inertie associé est alors $I = \pi R^3 e$ [44]. En paramétrant l'abscisse curviligne du boudin par x (schéma 1.7b), on note w(x) la déflexion à l'abscisse curviligne x du boudin. Le calcul de la déflexion en fonction de la charge appliquée, dans la limite des petites déformations ($R \frac{d^2w}{dx^2} \ll 1$) et des petits déplacements ($\frac{\delta}{L_0} \ll 1$), revient à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2}\left(EI \frac{d^2w}{dx^2}\right) = 0 & \\ w(0) = 0, \quad w'(0) = 0 & \text{extrémité encastrée} \\ w''(L_0) = 0, \quad w'''(L_0) = F & \text{extrémité libre} \end{cases} \tag{1.7}$$

La solution de ce problème est :

$$w(x) = \frac{x^2(3L_0 - x)F}{6EI} \tag{1.8}$$

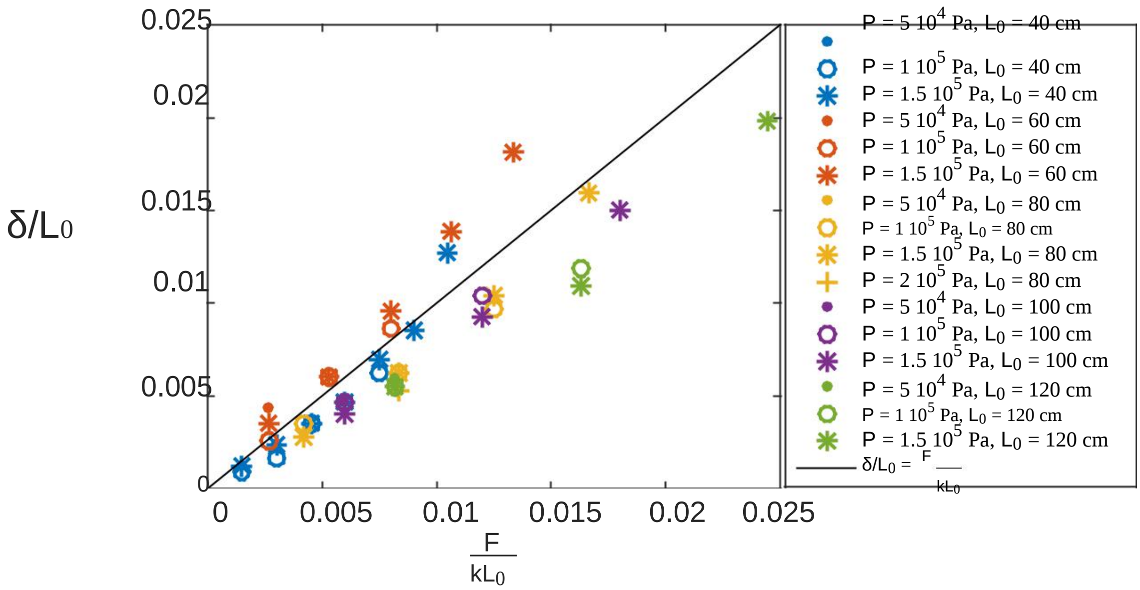


FIGURE 1.10 – D´eflexion normalis´ee par la longueur du boudin δ/L_0 en fonction du chargement appliqu´e normalis´e par la rigidit´e multipli´ee par la longueur du boudin $\frac{F}{kL_0}$ pour les boudins de type 3. Les diff´erents symboles repr´esentent les diff´erentes pressions internes et les diff´erentes couleurs repr´esentent les diff´erentes longueurs. La ligne noire est la droite de pente 1.

En particulier, la d´eflexion a` l'extr´emit´ vaut :

$$\delta = w(L_0) = \frac{F L_0^3}{3EI} \tag{1.9}$$

Cette relation permet de d´eterminer un coefficient de raideur ´elastique k tel que $F = k\delta$ avec

$$k = \frac{3EI}{L_0^3} \tag{1.10}$$

Ce mod`ele ainsi que les donn´ees exp´erimentales sont trac´es dans la figure 1.10. Le mod`ele rend bien compte des donn´ees exp´erimentales. Nous pouvons aussi v´erifier que la condition des petits d´eplacements $\frac{\delta}{L_0} \ll 1$ est respect´ee.

On remarque que la rigidit´e ne d´epend que tr`es peu de la pression dans le boudin. L'effet de la pression peut se ressentir l´eg`erement dans la variation du moment d'inertie. En effet, celui-ci est proportionnel au cube du rayon. Une augmentation du rayon due a` la pression augmente donc la rigidit´e du boudin. Dans notre ´etude, les augmentations de rayon ne d´epassent pas quelques pourcents. L'effet de la pression sur la rigidit´e est alors peu visible. Il est aussi difficilement s´eparable des d´efauts de la r´ealisation de l'exp´erience comme par exemple l'encastrement qui est d´ependant de la pression dans la poutre gonflable. Une ´etude d´etaill´ee de l'effet de la pression

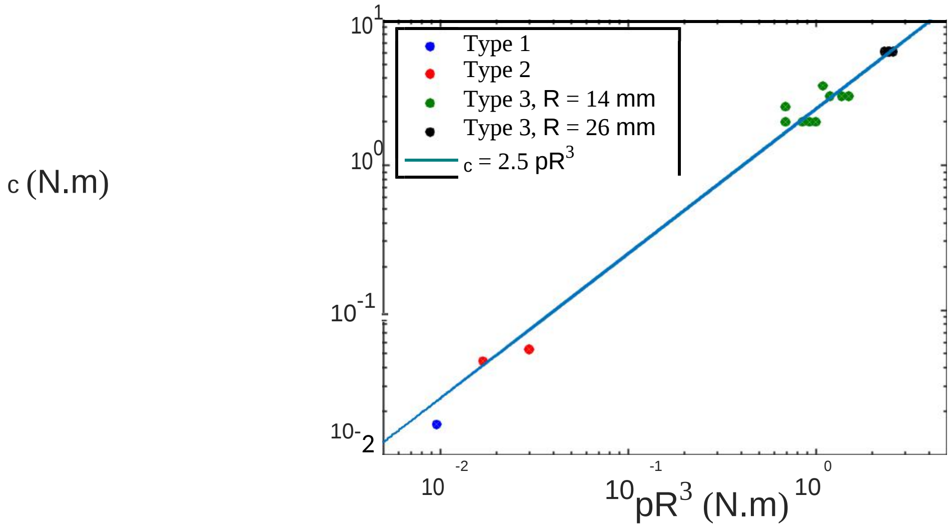


FIGURE 1.11 – Moment critique $_c$ = F_cL_0 en fonction de pR^3 pour les diff´erentes exp´eriences r´ealis´ees. La droite de r´egression lin´eaire (ligne continue) correspond `a : $_c$ = 2.5 pR^3.

sur la rigidit´e est donn´ee dans l'article de Wielgosz [45]. L'effet de la pression est, en revanche, tr`es important sur le chargement critique a` partir duquel le comportement plastique r´eversible du boudin appara^ıt (figure 1.9).

1.3.4 ´Etude du seuil de "plasticit´e" d'une poutre gonflable

Nous nous concentrons ici sur la limite du domaine ´elastique, marqu´ee exp´erimentalement par l'apparition d'un pli (figure 1.8d) et par la forte variation de la d´eflexion avec la charge (figure 1.8e).

1.3.4.1 R´esultats exp´erimentaux

Dans les exp´eriences consacr´ees `a la formation du pli (seuil de plasticit´e), nous utilisons le dispositif de poutre encastr´ee pour tous les boudins except´e celui de type 3 pour lequel on utilise le dispositif de flexion trois points. Dans tous les cas, le pli appara^ıt au niveau de la zone o`u le moment d^u au chargement est maximal, c'est `a dire au milieu de la poutre pour la flexion trois points (voir figure 1.8d) et au niveau de l'encastrement pour la poutre encastr´ee. Les r´esultats exp´erimentaux sont pr´esent´es sur la figure 1.11. On note = F L_0 le moment appliqu´e par la charge au point d'encastrement. Le moment critique $_c$ = F_cL_0 d'apparition du pli varie lin´eairement avec le couple exerc´ par la pression int´erieure du boudin pR^3 et la loi mesur´ee est $_c$ = 2.5 pR^3.

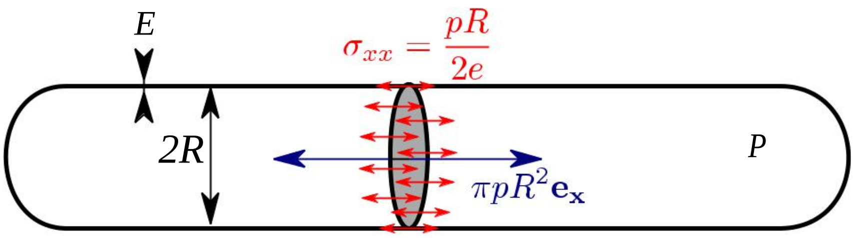


FIGURE 1.12 – Schéma des contraintes longitudinales dans le boudin. La contrainte longitudinale s'applique sur une surface $2\pi Re$ et compense la force de pression appliquée sur la section du boudin qui vaut $p\pi R^2$. La contrainte longitudinale moyennée sur l'épaisseur de la membrane du boudin est $\sigma_{xx} = \frac{pR}{2e}$.

1.3.4.2 Modélisation

1.3.4.2.1 Loi d'échelle

Pour obtenir les contraintes dans la membrane, on considère un équilibre entre les forces de pression et les forces élastiques comme présenté sur le schéma 1.12. La contrainte longitudinale s'applique sur une surface $2\pi Re$ et compense la force de pression appliquée sur la section du boudin qui vaut $p\pi R^2$. La précontrainte dans la membrane due à la pression dans le boudin est donc de l'ordre de :

$$\sigma_p \approx \frac{pR}{e} \tag{1.11}$$

Le chargement appliqué à l'extrémité du tube crée un moment qui est compensé par les contraintes dans la membrane. Ces contraintes s'exercent sur une surface $2\pi Re$. La force caractéristique résultante s'applique avec un bras de levier R. Le moment résultant est donc $\sigma_F\, eR^2$. La contrainte dans la membrane du boudin due au chargement appliqué est donc :

$$\sigma_F \approx \frac{}{eR^2} \tag{1.12}$$

Le pli apparaît quand ces deux contraintes sont du même ordre. Dans ce cas $= {}_c$ et $\sigma_p \approx \sigma_F$ donne :

$$_c \approx pR^3 \tag{1.13}$$

Cette loi d'échelle est compatible avec les résultats expérimentaux (figure 1.11).

1.3.4.2.2 Détermination du coefficient directeur

Pour avoir accès à la valeur réelle du moment critique pour lequel le pli apparaît, il nous faut

entrer plus en d´etails dans l'expression des efforts en jeu. On consid`ere que le pli appara^ıt quand une partie de la circonf´erence du boudin n'est plus en tension. On se propose donc de d´eterminer la contrainte longitudinale moyenn´ee sur l'´epaisseur not´ee $\sigma_{zz}$ en tout point de la circonf´erence du boudin. On param`etre par l'angle θ la circonf´erence du boudin, θ = 0 correspondant `a la ligne neutre du boudin. Pour d´eterminer cette contrainte, on s'inspire d'une m´ethode utilis´ee pour calculer la r´esistance de b´etons arm´es. Le b´eton est un mat ´eriau peu r´esistant en traction, c'est pourquoi pour calculer la r´esistance d'une poutre de b ´eton arm´e, on consid`ere que les contraintes dans les zones en traction non arm´ees sont nulles [44]. Dans notre cas, la membrane du boudin est peu r´esistante en compression, on consid`erera donc que les contraintes dans la membrane sont nulles quand celle-ci rentre en compression. Les hypoth`eses de la mod´elisation se r´esument comme il suit :

— la contrainte longitudinale est toujours positive
— quand la contrainte longitudinale est strictement positive, elle varie de mani`ere affine avec l'´ecart au milieu du boudin
— la contrainte longitudinale est continue

Ces hypoth`eses nous m`enent `a une contrainte de la forme suivante (illustr´ee figure 1.13) o`u α et σ_0 sont des constantes `a d´eterminer :

$$\sigma_{zz} = \max(\sigma_0 + \alpha \sin\theta, 0) \tag{1.14}$$

L'´equilibre des forces sur le boudin nous donne :

$$\pi p R^2 = eR \int_0^{2\pi} \sigma_{zz} d\theta \tag{1.15}$$

L'´equilibre des moments nous donne :

$$= eR \int_0^{2\pi} \sigma_{zz} R \sin\theta d\theta \tag{1.16}$$

1.3.4.2.2.1 Contraintes faibles

Quand toutes les fibres sont en tension, les ´equations (1.15) et (1.16) nous donnent :

$$\sigma_0 = \frac{pR}{2e}$$
$$\alpha = \frac{}{\pi R^2 e} \tag{1.17}$$

1.3.4.2.2.2 Contraintes fortes

Lorsqu'une partie des fibres n'est plus en tension, on suppose que toute la partie du boudin

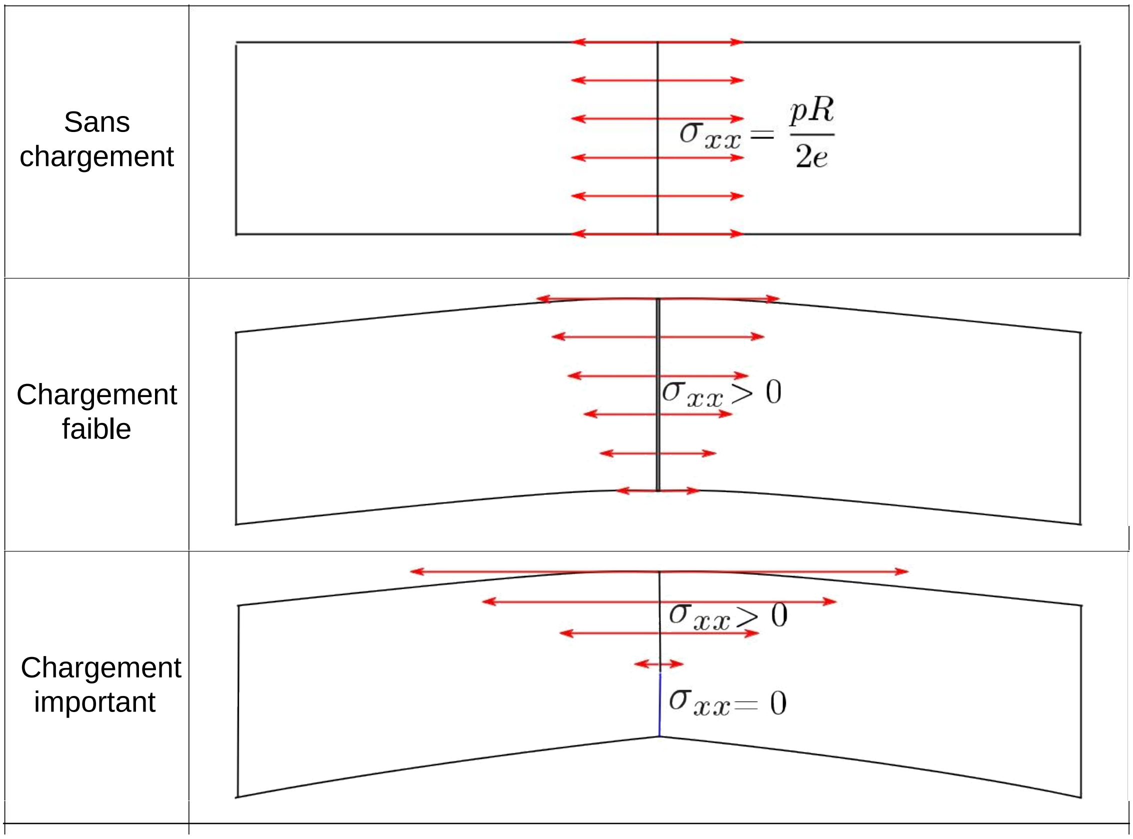


FIGURE 1.13 – Repr´esentation des contraintes longitudinales du mod`ele au point d'apparition du pli pour diff´erentes valeurs du chargement appliqu´e pour le dispositif de flexion trois points. Pour un boudin sans chargement, les contraintes longitudinales sont simplement dues a` la pression et sont uniformes dans le boudin. Pour un chargement faible, on additionne les contraintes d'´elasticit´ lin´eaires aux contraintes dues a` la pression. Le mat´eriaux ne pouvant pas entrer en compression, pour un chargement fort, une partie de la poutre a des contraintes longitudinales nulles et sur le reste de la poutre les contraintes sont lin´eairement r´eparties.

en dessous d'un angle θ_0 a une contrainte longitudinale nulle. Dans ce cas, la continuit´e des contraintes donne la relation :

$$\sigma_0 = -\alpha \sin \theta_0 \tag{1.18}$$

L'´equation d'´equilibre des forces devient alors :

$$\pi p R^2 = 2eR \int_{\theta_0^2}^{\pi} \sigma_{zz} d\theta \tag{1.19}$$

Les ´equations 1.18 et 1.19 permettent de calculer :

$$\sigma_0 = \quad \pi pR \qquad \sin\theta_0$$

$$- \frac{2e}{\pi pR} \quad \frac{\cos\theta_0 + \sin\theta_0 \quad \theta_0 - \frac{\pi}{2}}{1} \qquad (1.20)$$

$$2e \;\; \cos\theta_0 + \sin\theta_0 \;\; \theta_0 - \frac{\pi}{2}$$

Le moment critique d´ependant de l’angle θ_0 vaut :

$$_c = \pi pR^3 \quad \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \frac{1}{2}\sin 2\theta_0 \qquad (1.21)$$

$$2\cos\theta_0 + \;\theta_0 - \frac{\pi}{2}\sin\theta_0$$

Il s’agit ici de d´eterminer pour quelle valeur de θ_0 le pli appara^ıt. Pour une valeur de $\theta_0 = -\frac{\pi}{2}$, c’est a` dire d`es qu’une fibre est en compression, $_c = \frac{\pi}{2} pR^3$. Si $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, c’est a` dire que le pli appara^ıt quand toutes les fibres sont en compression, $_c = \pi pR^3$. Si le pli appara^ıt quand la moiti´e du boudin est en compression ($\theta_0 = 0$), on trouve $_c = \frac{\pi^2}{4} pR^3 \approx 2.5\, pR^3$. Cette valeur est en accord avec nos r´esultats exp´erimentaux (figure 1.11) et avec celle trouv´ee dans l’´etude [46]. Un mod`ele plus avanc´e prenant en compte les contraintes radiales est pr ´esent´ dans l’´etude [47] et fournit des r´esultats tr`es proches. Ce mod`ele ainsi que les donn´ees exp´erimentales sont rassembl´es sur la figure 1.11.

1.3.5 Bilan sur l’´elasticit´ d’un boudin pressuris´

Nous pouvons finalement caract´eriser le comportement d’un boudin gonflable par deux grandeurs : son elasticit´ $k = \frac{3EI}{L_0^3}$ qui r´egit le comportement ´elastique et le couple maximal $_c = 2.5pR^3$ au del`a duquel le boudin pr´esente un comportement plastique r´eversible. Il est int ´eressant de noter que la pression n’intervient quasiment que dans le seuil du comportement plastique. Ce comportement simplifi´e du boudin est synth´etis´e sur la figure 1.14.

1.3.6 Retour `a la question pos´ee

Le but de cette partie est de dimensionner le boudin principal du cerf-volant pour qu’il puisse supporter son propre poids et ainsi se d´eployer sans l’aide du vent. Deux conditions sont n´ecessaires pour cela. La premi`ere est qu’il ne doit pas appara^ıtre de pli au milieu du boudin principal a` cause du poids du cerf-volant. La deuxi`eme est que la rigidit´e ´elastique doit ^etre suffisante pour que la d ´eflexion a` l’extr´emit´ du cerf-volant soit faible devant la longueur du boudin.

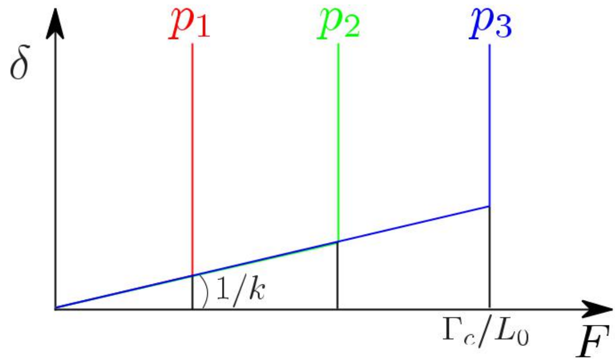


FIGURE 1.14 – Mod`ele simplifi´e de la d´eflexion δ en fonction du chargement appliqu´e F pour un mˆeme boudin et pour trois pressions internes diff´erentes (p_1, p_2 et p_3). La pente du comportement ´elastique vaut $\frac{1}{k} = \frac{L_0^3}{3EI}$ pour les trois pressions. La force critique de l'apparition du comportement plastique r´eversible d´epend de la pression et vaut $\frac{\Gamma_c}{L_0} = 2.5\frac{p_i R^3}{L_0}$ pour pour la pression interne p_i.

1.3.6.1 Condition sur le pli

Si le cerf-volant est maintenu uniquement en son milieu alors il peut supporter son poids seule-ment si le moment exerc´ par le poids est plus faible en ce point que la valeur du moment critique pour l'apparition du pli. Le moment exerc´ par le poids s'exprime ainsi :

$$M_{sg} = M_s g \frac{L_0}{4} \tag{1.22}$$

En faisant l'hypoth`ese que la masse du cerf-volant est concentr´ee dans les boudins, on obtient un couple maximal dˆu au poids qui vaut :

$$M_{sg} = \frac{\pi \rho_{kite} g e R^2}{2} L_0 , \tag{1.23}$$

avec ρ_{kite} la masse volumique du mat´eriau utilis´e pour le boudin. On consid`ere que l'´epaisseur des parois du boudin est dict´ee par une contrainte due a` une pression int ´erieure de l'ordre de quelques pour-cents de la contrainte a` la rupture de l'enveloppe. On notera cette contrainte $\sigma_{lim}$. Pour du Dyneema R (tissus de grande r´esistance a` la traction a` la rupture) la contrainte de rupture vaut entre 1 GPa et 3 GPa [48], on prend donc $\sigma_{lim} = 10^7$ Pa. La relation entre ´epaisseur, pression et rayon est alors donn´ee par :

$$\sigma_{lim} \approx \frac{pR}{e} \tag{1.24}$$

La masse volumique du Dyneema est d'environ $\rho_S = 10^3$ kg.m^{-3}. On obtient que le rayon minimal du boudin doit suivre la relation suivante pour que le cerf-volant supporte son propre poids :

$$R > \frac{\pi \rho_s g L^2}{5\,\sigma_{lim}} \tag{1.25}$$

Pour un cerf-volant de longueur L_0 = 50 m, cette condition sur la fracture donne un rayon minimal pour le boudin de R = 1.5 m.

1.3.6.2 Condition sur l'élasticité

Pour une poutre soumise uniquement à son propre poids, la loi de déflexion est légèrement différente de celle donnée dans la formule 1.9. Pour une masse uniformément répartie le long de la poutre, la loi de déflexion est la suivante :

$$\delta = \frac{M_s g L_0^3}{8EI} \tag{1.26}$$

Si l'on cherche à avoir une forme du cerf-volant qui ne dépend pas de sa taille, le rayon du boudin doit être suffisant pour maintenir le rapport $\frac{\delta}{L_0}$ constant. On prendra cette valeur de l'ordre de 0.1. Le rayon du boudin doit alors vérifier la loi suivante :

$$R > \left(\frac{\rho_s g}{3.2E}\right)^{\frac{1}{2}} L_0^{\frac{3}{2}} \tag{1.27}$$

Pour un cerf-volant de longueur L_0 = 50 m, cette condition sur l'élasticité donne un rayon minimal pour le boudin de R = 15 cm.

1.3.6.3 Dimensionnement du boudin principal du cerf-volant

Il est possible de rassembler les conditions 1.25 et 1.27 dans un graphique pour vérifier quelle contrainte est la plus restrictive en fonction de la taille du boudin (figure 1.15).

Pour des tailles utiles de cerf-volants (entre 1 et 100 m) la contrainte la plus restrictive est tou-jours l'apparition du pli. Cette relation donne des résultats peu restrictifs pour une aile de petite taille (10 cm de rayon pour une aile de 10 m d'envergure). Pour de grandes ailes dont l'envergure atteint 100 m, le rayon minimal pour que l'aile soutienne son poids est de l'ordre de plusieurs mètres. Pour des raisons aérodynamiques, il semble difficile de construire des ailes de plus grande taille sans complexifier la structure du boudin. Un moyen de retarder l'apparition du pli peut s'inspirer du béton armé. On peut ajouter des tiges de carbone dans le tissu pour lui donner une résistance au flambage et donc retarder l'apparition du pli.

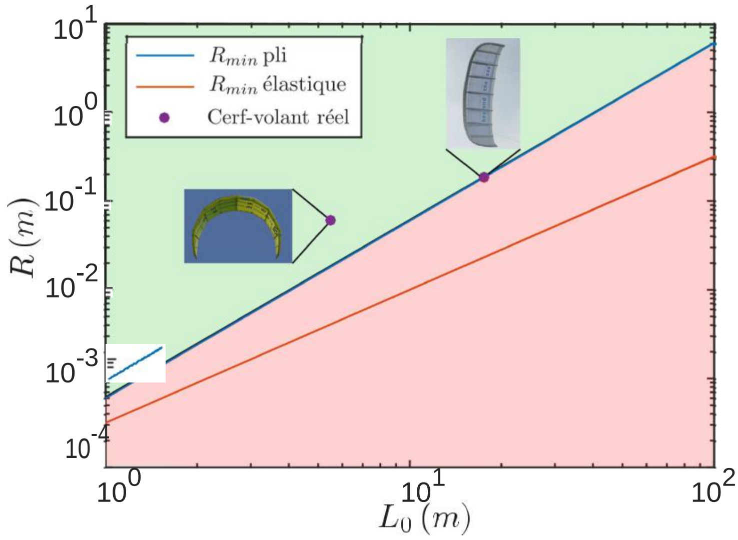
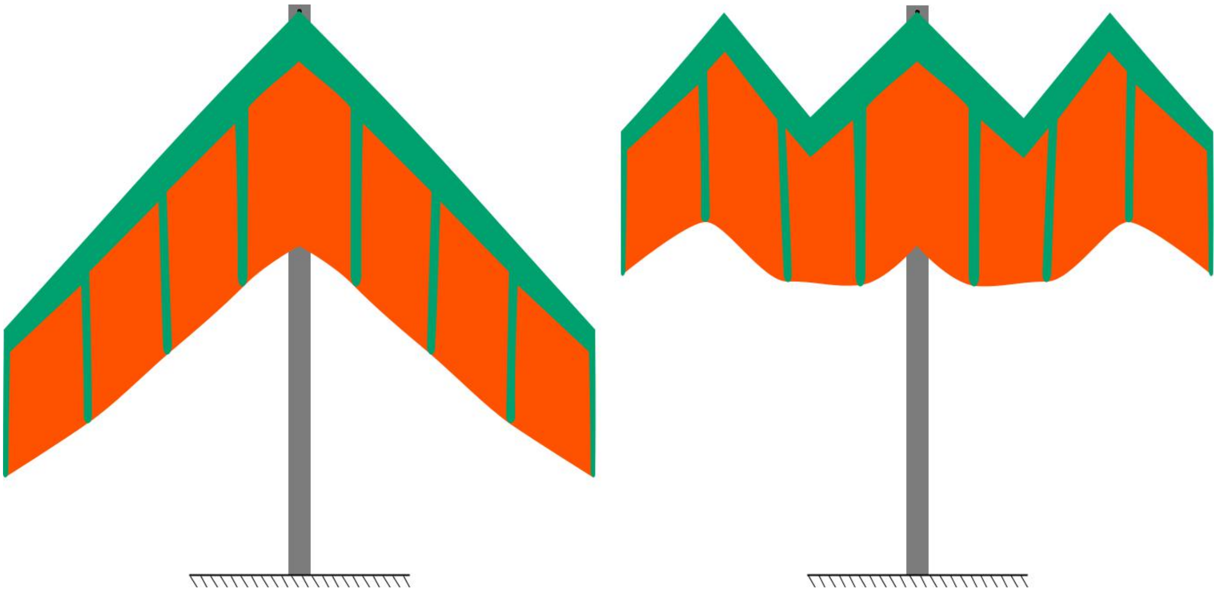


FIGURE 1.15 – Valeurs minimales du rayon du boudin principal en fonction de la taille du cerf-volant pour le pli (droite bleue) et l'´elasticit´ (droite rouge). La zone verte correspond aux rayons o`u le cerf-volant peut soutenir son poids et la zone rouge les rayons o`u il ne peut pas soutenir son poids. Le cerf-volant montr´e en exemple a` gauche est une aile de marque North de 9 m^2 et l'aile de droite est une aile de marque Beyond the Sea de 50 m^2.

Pour des cerf-volants de tr`es grande taille, il appara^ıt que les dimensions des boudins du cerf-volant sont, avant tout, dict´ees par la n´ecessit´ de soutenir son propre poids. Dans le cas des cerf-volants de taille interm´ediaire, nous allons d´eterminer s'il existe un dimensionnement optimal permettant de raccourcir significativement le temps de d´eploiement du cerf-volant.

1.4 Dynamique du d´eploiement des boudins sans toile

Pour faciliter son d´eploiement, le cerf-volant est fix´e pli´e sur un mˆat (sch´emas 1.16). Cette partie vise a` comprendre la dynamique d'ouverture des structures gonflables. Pour cela, nous commen¸cons par l'ouverture du boudin seul. Dans un premier temps, nous ´etudierons la limite o`u le fluide environnant n'a pas d'effet ($M_{FK} \ll 1$) en effectuant les exp´eriences dans l'air, puis nous nous placerons dans l'eau ($M_{FK} \gg 1$) pour quantifier l'effet de l'inertie du milieu ambiant.



(a) cerf-volant en cours d'ouverture comportant un seul pli.

(b) Cerf-volant en cours d'ouverture comportant 5 pli.s

FIGURE 1.16 – Dispositif d'ouverture, pli´e de diff´erentes mani`eres pour ´etudier la vitesse d'ou-verture.

1.4.1 Dispositifs exp´erimentaux

L'ouverture d'un boudin pli´e est pr´esent´ee sur la chronophotographie 1.17. L'exp´erience consiste a` plier un boudin sous pression en deux (ou plus) et a` un instant donn´e, couper le lien qui sert a` le maintenir pli´e et mesurer l'angle θ(t) d'ouverture en fonction du temps. Sur cette chronopho-tographie, on observe l'ouverture du pli en fonction du temps. Le temps total d'ouverture est de l'ordre du dixi`eme de seconde. La vitesse d'ouverture est de l'ordre du m`etre par seconde. Les caract´eristiques des boudins utilis´es sont rassembl´ees dans le tableau 1.2.

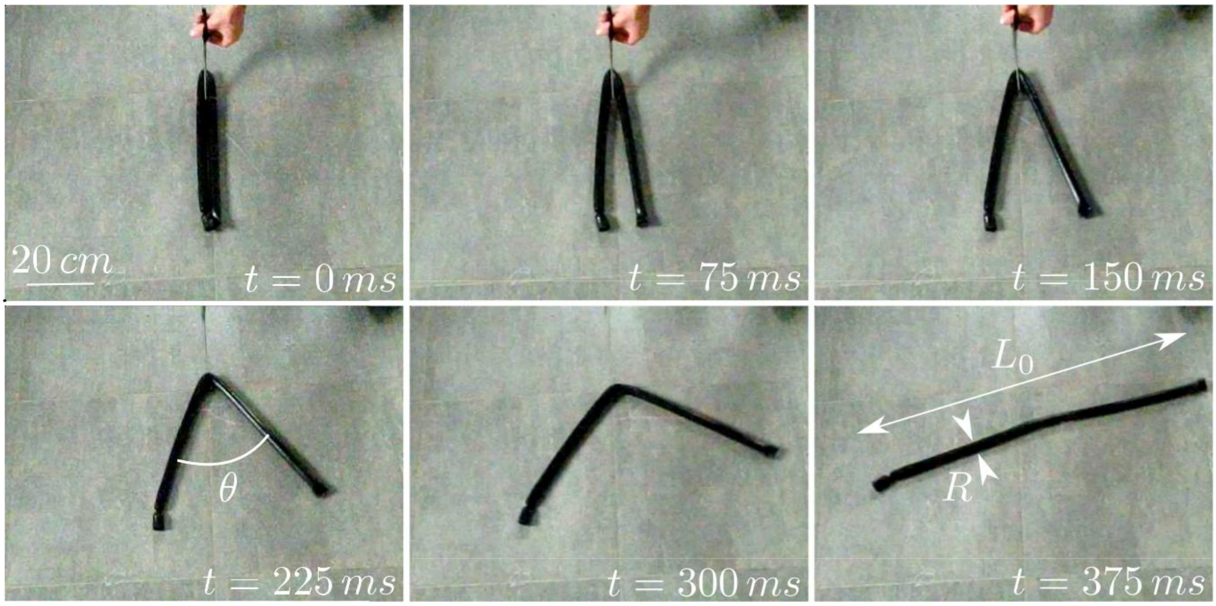


FIGURE 1.17 – Chronophotographie de l'exp´erience d'ouverture d'un pli pour un boudin de type 4 gonfl´e avec une pression p = 2 10^4 Pa.

	Type 1	Type 2	Type 4	Type 5
Epaisseur e (m)	6 10^{-4}	7 10^{-4}	6 10^{-4}	5 10^{-4}
Rayon R (m)	5.9 10^{-3}	9.5 10^{-3}	1.0 10^{-2}	3.6 10^{-2}
Longueur L_0 (m)	0.25	0.55	0.8	1.8
Module d'Young E (Pa)	8.7 10^5	1.3 10^6	3.2 10^7	4.0 10^8
Masse M_S (g)	5	20	40	120
Pression p (Pa)	1 10^4 – 3 10^4	5 10^3 – 2 10^4	1 10^4 – 4 10^4	2 10^4 – 6 10^4

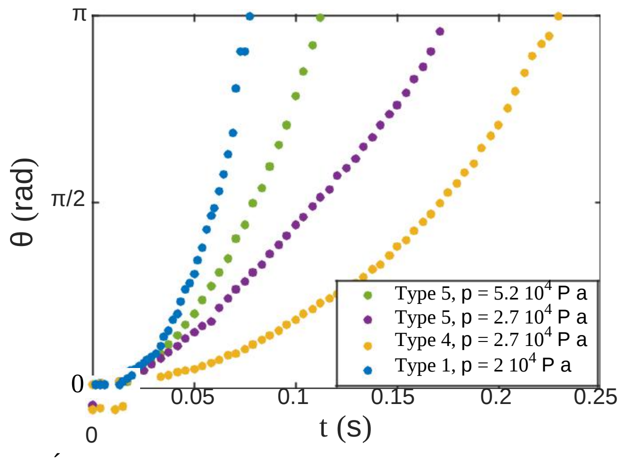
TABLE 1.2 – Propri´et´es des boudins utilis´es pour les exp´eriences d'ouverture dans l'air et gamme de pression utilis´ee

1.4.2 Dynamique d'ouverture d'un boudin dans l'air ($M_{FK} \ll 1$)

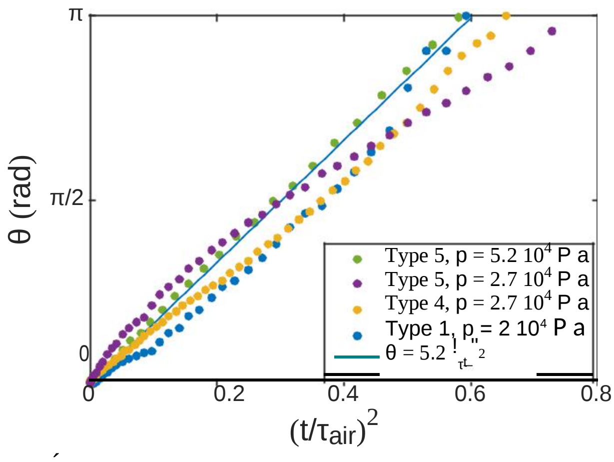
1.4.2.1 Etude de l'ouverture d'un pli unique

1.4.2.1.1 R´esultats exp´erimentaux

La figure 1.18a pr´esente l'´evolution de l'angle du pli du boudin θ en fonction du temps. La vitesse d'ouverture est croissante avec le rayon des tubes (courbes jaune et violette) et la pression



(a) Evolution temporelle de l'angle d'ouverture pour diff´erents boudins et diff´erentes pressions.



(b) Evolution de l'angle d'ouverture en fonction de $(t/\tau_{air})^2$ pour diff´erents boudins et diff´erentes pressions.

FIGURE 1.18 – Mesures de l'angle d'ouverture en fonction du temps et mod´elisation

(courbes verte et violette) et d´ecroissante avec la longueur (courbes bleue et violette). Cette ´evolution temporelle est non lin´eaire en temps ($\theta \approx t^2$).

1.4.2.1.2 Mod´elisation

Lors de l'ouverture, le centre de gravit´e du boudin de se d´eplace pas. Les centres de gravit´e de chaque moiti´e de boudin se d´eplacent donc en translation a` une vitesse $\frac{L_0}{4}\frac{\dot\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$. Les moiti´es de boudins sont aussi en rotation autour de leur centre de gravit´e `a une vitesse angulaire $\frac{\dot\theta}{2}$.

$$\mathbf{E}_c = M_s\left(\frac{L_0^2}{64}\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{L_0^2}{192}\right)\dot\theta^2 \qquad (1.28)$$

Si l'on note le moment exerc´ par le pli sur le boudin, l'´energie stock´ee dans le pli est :

$$\mathbf{E}_p = \int_{\theta}^{\pi} (s)ds \qquad (1.29)$$

Cela conduit a` l'´equation du mouvement lin´earis´ee :

$$M_s\frac{L_0^2}{32}\ddot\theta = (\theta) \qquad (1.30)$$

Si l'on fait l'hypoth`ese d'un couple ind´ependant de θ de l'ordre du couple critique pour l'appa-rition du pli = pR^3, on obtient :

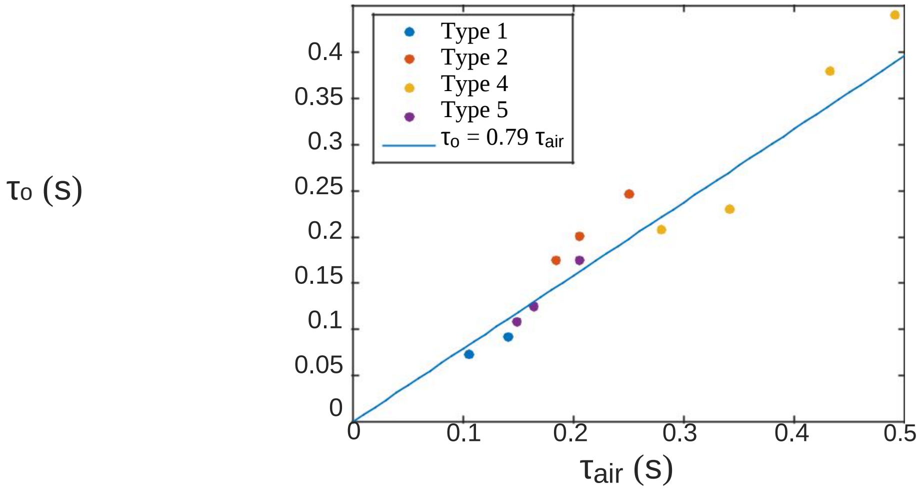


FIGURE 1.19 – Temps total d'ouverture en fonction de $\tau_{air} = \left(\frac{M_S L_0^2}{pR^3}\right)^{\frac{1}{2}}$ pour un seul pli. Le modèle présenté est la droite d'équation $t = 0.79\tau_{air}$.

$$\theta(t) \approx \frac{pR^3}{M_S L_0^2} t^2 \tag{1.31}$$

Cette équation fait apparaître un temps caractéristique d'ouverture :

$$\tau_{air} = \left(\frac{M_S L_0^2}{pR^3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.32}$$

En adimensionnant le temps par cette valeur, on obtient une évolution linéaire de l'angle d'ou-verture en fonction de $(t/\tau_{air})^2$ avec une pente de 5.2 (figure 1.18b).

Connaissant maintenant la forme de l'évolution temporelle de l'angle d'ouverture, nous pouvons nous concentrer sur le temps total d'ouverture. Si $\theta(t) = 5.2\,(t/\tau_{air})^2$, le temps total d'ouverture **p** tel que $\theta(\tau_o) = \pi$ devrait donc être $\tau_o = \pi/5.2\ \tau_{air} \approx 0.79\ \tau_{air}$. Les mesures de temps d'ou-verture de différents boudins à différentes pressions ainsi que ce modèle sont représent sur la figure 1.19.

1.4.2.2 Étude de l'ouverture d'un boudin à plusieurs plis

1.4.2.2.1 Résultats expérimentaux

Pour stocker le cerf-volant de manière plus compacte, on peut imaginer plier la structure plu-sieurs fois (schéma 1.16b). On effectue alors la même expérience avec le boudin plié plusieurs fois pour mesurer comment le nombre de plis influence la vitesse d'ouverture. Une expérience

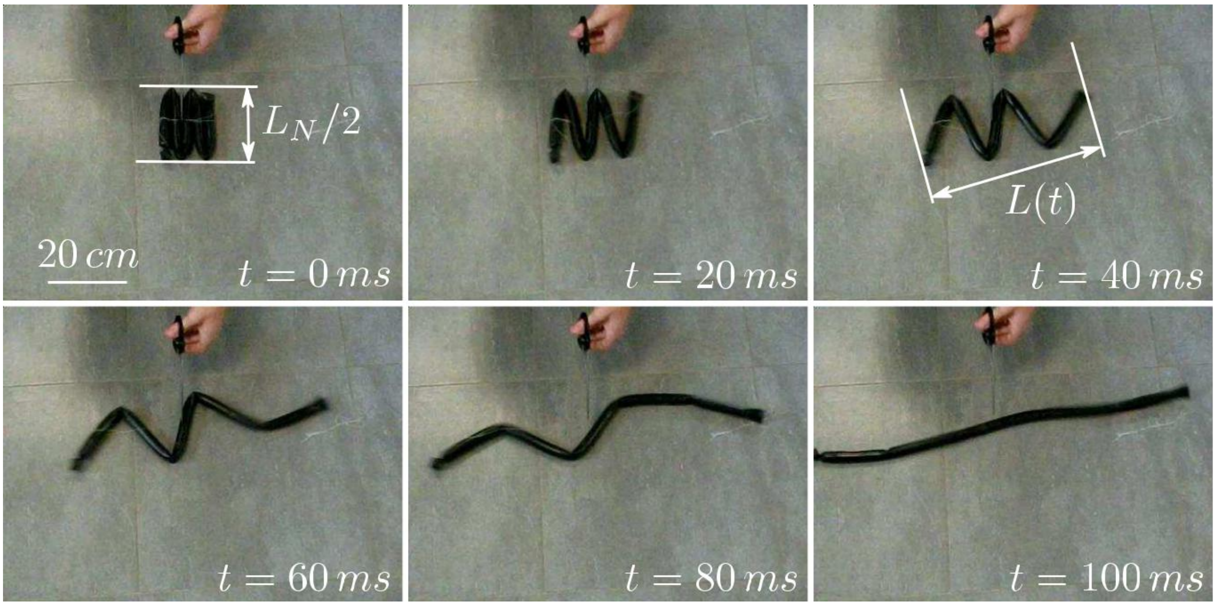


FIGURE 1.20 – Chronophotographie de l'exp´erience d'ouverture de quatre plis (N = 4) pour un boudin de type 4 pour une pression p = 2 10^4 Pa.

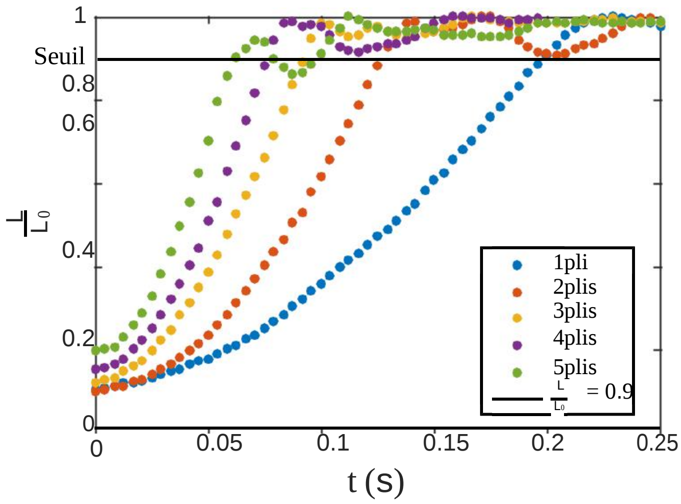


FIGURE 1.21 – Evolution de $\frac{L}{L_0}$ en fonction du temps pour un boudin de type 3 et une pression p = 3 10^4 Pa pour 1, 2, 3, 4 et 5 plis. La ligne noire repr´esente la valeur limite a` laquelle on condis`ere que le boudin est enti`erement ouvert.

caract´eristique d'ouverture d'une structure pour une structure a` 4 plis est pr´esent´ee sur la figure 1.20. Pour d´ecrire la dynamique d'ouverture, on introduit la longueur L comme la distance entre les extr´emit´es du boudin (figure 1.20).

La figure 1.21 montre l'´evolution de L/L_0 en fonction du temps pour diff´erents nombres de plis. Le temps d'ouverture τ_0 d´ecroˆıt avec le nombre de plis. Il passe de 0.2 s pour un seul pli a` 0.06 s pour 5 plis.

1.4.2.2.2 Modélisation

Sur la figure 1.20 nous remarquons que lors de l'ouverture de la stucture pliée plusieurs fois, tous les plis s'ouvrent en même temps. On peut donc voir ce système comme un enchainement de boudins pliés une fois dont on a réduit la longueur d'un facteur N + 1. Le temps d'ouverture d'un seul pli est proportionnel à τ_{air}. Si l'on note ρ_s la masse volumique de la membrane du boudin, on peut réécrire τ_{air} (1.32) :

$$\tau_{air} = \sqrt{\frac{2\pi\rho_s e}{pR^2}} L_0^{3/2} \tag{1.33}$$

On pose

$$L_N = \frac{2 L_0}{N+1} \tag{1.34}$$

de telle sorte que L_N / L_0 soit le rapport de longueur des segments d'une structure pliée N fois sur la longueur des segments d'une structure pliée une fois. Un pli seul d'une structure pliée N fois s'ouvre donc en un temps :

$$\tau_{N\,air} = \sqrt{\frac{2\pi\rho_s e}{pR^2}} L_N^{3/2} \tag{1.35}$$

or, comme on peut le voir sur la chronophotographie 1.20, tous les plis s'ouvrent en même temps quand le boudin se déploie dans l'air. On peut donc en déduire que le temps d'ouverture est le même que pour l'ouverture d'un seul pli donc les segments sont de longueur L_N. Soit :

$$\tau_{N\,air} = \sqrt{\frac{2\pi\rho_s e}{pR^2}} \left(\frac{2L_0}{N+1}\right)^{3/2} \tag{1.36}$$

Les résultats sont rassemblés sur la figure 1.22. Cette loi est compatible avec nos résultats. On obtient un temps d'ouverture qui vaut $\tau_o = 0.79\tau_{N\,air}$.

1.4.3 Dynamique d'ouverture dans l'eau ($M_{FK} \gg 1$)

L'étude précédente ne prend pas en compte les forces de frottement fluide lors de l'ouverture du cerf-volant. En effet, les mesures précédentes ont eté réalisées à des nombres de masse faibles ($M_{FK} < 0.3$). Pour augmenter M_{FK}, deux solutions sont possibles : augmenter la taille de la structure ou augmenter la masse volumique du fluide dans lequel sont réalisées les expériences. Nous avons choisi de réaliser la même expérience dans l'eau, ce qui nous permet d'atteindre un

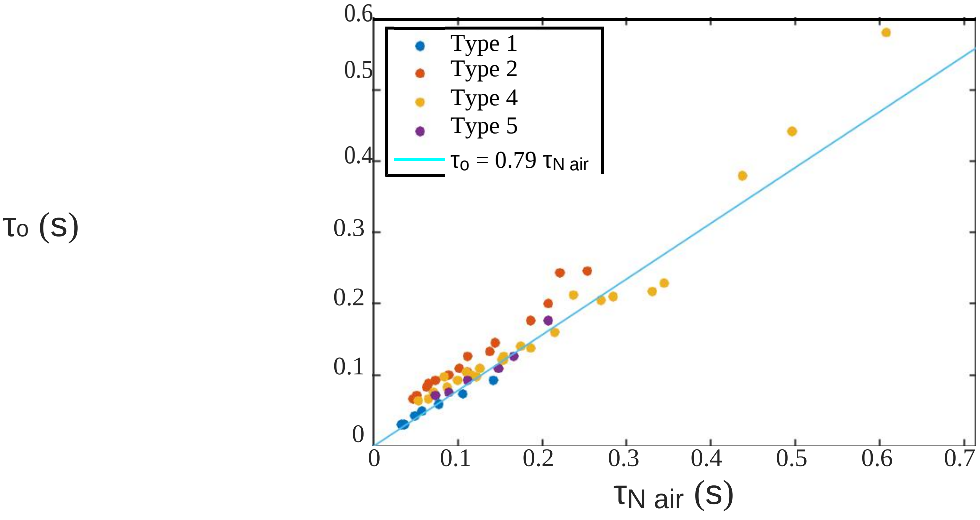


FIGURE 1.22 – Temps d'ouverture en fonction de $\tau_{N\,air} = \sqrt{\frac{16\pi\rho e L_0^3}{\rho R^2 (N+1)^3}}$ ainsi que le mod`ele $t = 0.79\,\tau_{N\,air}$ d´eduit du cas du pli unique

nombre de masse de l'ordre de $M_{FK} = 10$.

Le dispositif exp´erimental est identique au pr´ec´edent. Une chronophotographie de l'exp´erience est pr´esent´ee sur la figure 1.23. Contrairement au cas du d´eploiement dans l'air (figure 1.20) o`u tous les plis s'ouvrent simultan´ement, on remarque sur la chronophotographie 1.23 que les plis s'ouvrent de fa¸con s´equentielle, celui du centre commence puis viennent les plis p´eriph ´eriques. Les propri´et´es des boudins utilis´es sont donn´ees dans le tableau 1.3. La figure 1.24 compare les temps d'ouverture des exp´eriences dans l'air et de celles dans l'eau. On voit que les temps d'ouverture dans l'eau sont entre quatre et six fois plus ´elev´es que ce qui est pr´edit par le mod`ele des ouvertures dans l'air.

1.4.3.1 Étude de l'ouverture d'un boudin a` pli unique

1.4.3.1.1 R´esultats exp´erimentaux

De fa¸con `a comprendre ce nouveau r´egime, nous commen¸cons par l'´etude de la dynamique d'ouverture d'un pli unique. On mesure l'angle d'ouverture en fonction du temps pour diff´erents boudins dans l'eau (figure 1.25). On peut observer deux r´egimes : aux temps courts l'angle d'ouverture semble ´evoluer non lin´eairement en temps puis ´evolue de mani`ere lin´eaire.

1.4.3.1.2 Mod´elisation

Pour mod´eliser l'ouverture, on prend en compte le fluide au travers d'un terme de friction. La

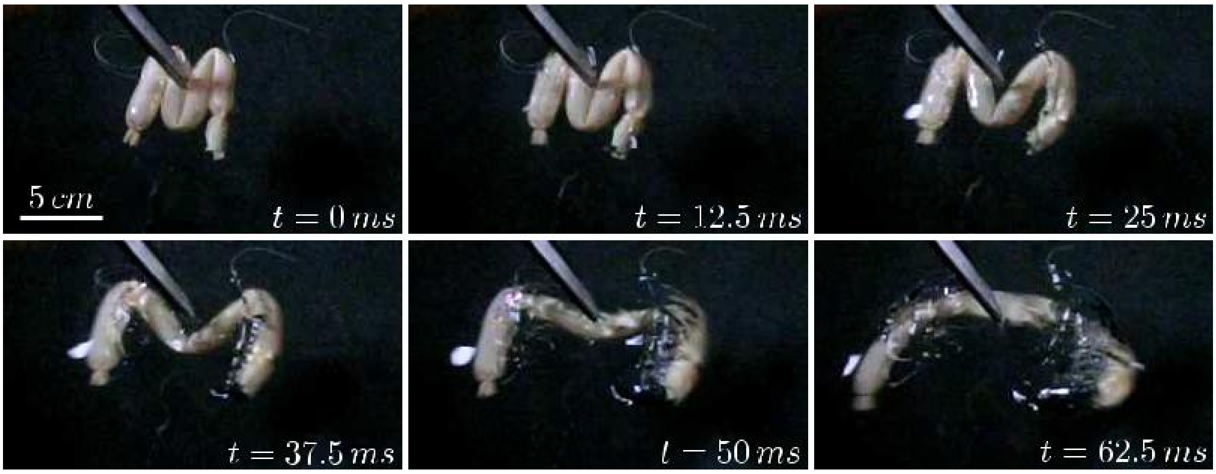


FIGURE 1.23 – Chronophotographie de l'expérience d'ouverture de trois plis pour un boudin de type 1 dans l'eau.

	Type 1	Type 2	Type 4
Épaisseur e (m)	$6\ 10^{-4}$	$7\ 10^{-4}$	$6\ 10^{-4}$
Rayon R (m)	$5.9\ 10^{-3}$	$9.5\ 10^{-3}$	$1.0\ 10^{-2}$
Longueur L_0 (m)	0.26	0.23	0.7
Masse linéique M_S (g)	40	90	270
Pression p (Pa)	$2\ 10^4 - 2.5\ 10^4$	$1.3\ 10^4$	$2\ 10^4 - 3\ 10^4$

TABLE 1.3 – Propriétés des boudins utilisés pour les expériences d'ouverture dans l'eau et gamme de pression utilisée. On utilise les mêmes boudins que pour les expériences dans l'air mais en les remplissant d'eau

figure 1.23 permet d'évaluer le nombre de Reynolds. Il est de l'ordre de $Re = \frac{RL\dot\theta}{\nu} \approx \frac{10^{-2}\ 10^0\ 10}{10^{-6}} = 10^4$. On peut donc modéliser les forces de frottement par la trainée de forme d'un cylindre [49]. En ajoutant cette force de frottement à l'équation 1.30, on obtient :

$$M_S \frac{L_0^2}{24}\ddot\theta + \frac{1}{2}\rho_{eau} C_D R L_0 \frac{4\dot\theta^2}{...} = \tag{1.37}$$

Calculons la forme exacte de la solution de cette équation. On pose :

$$\tau_1^2 = \frac{mL_0^2}{24} \qquad \tau_2^2 = \frac{\rho_{eau} C_D R L_0}{4} \tag{1.38}$$

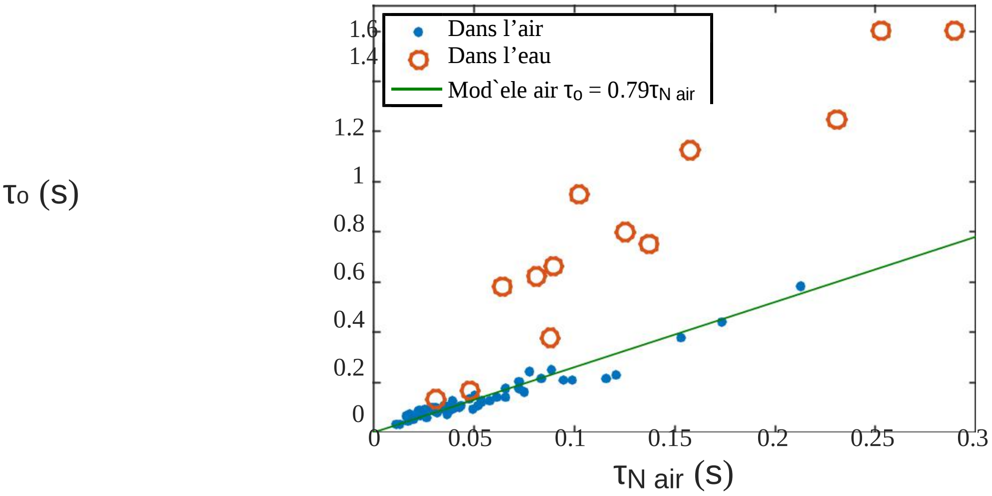


FIGURE 1.24 – Temps d'ouverture en fonction de $\tau_{N\ air}$ pour les exp´eriences d'ouverture des boudins dans l'air et dans l'eau

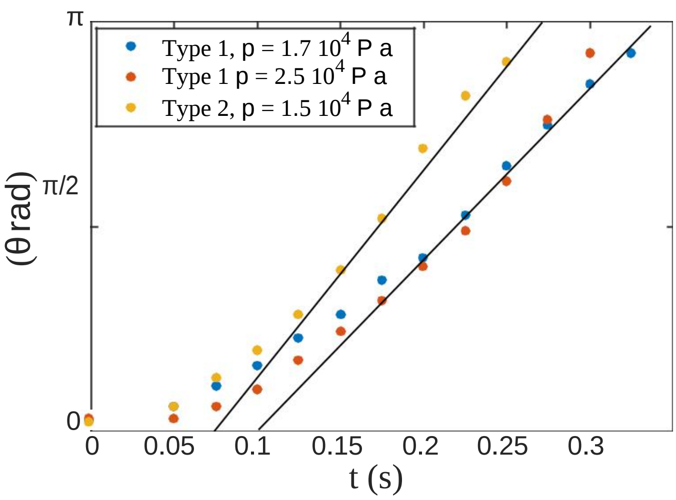


FIGURE 1.25 – Angle d'ouverture d'un pli unique en fonction du temps pour diff´erents boudins et diff´erentes pressions dans l'eau.

L'´equation 1.37 devient :

$$\tau_1^2 \ddot{\theta} + \tau_2^2 \dot{\theta}^2 = 1 \tag{1.39}$$

.

On pose $u = \tau_2 \dot{\theta}$ et l'on s´epare les variables pour obtenir :

$$\frac{du}{1 - u^2} = \frac{\tau_2}{\tau_1^2} dt \tag{1.40}$$

Pour t = 0, u = 0. La solution est donc :

$$-\,\mathrm{th}^{-1}(u) = \frac{\tau_2}{\tau_1^2}\,t \tag{1.41}$$

On peut donc obtenir la forme de $\dot\theta$:

$$\dot\theta = \frac{1}{\tau_2}\,\mathrm{th}\left(\frac{\tau_2}{\tau_1^2}\,t\right) \tag{1.42}$$

En int´egrant cette ´equation et en notant qu'`a t = 0, θ = 0, on obtient :

$$\theta(t) = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^2 \ln\mathrm{ch}\left(\frac{\tau_2}{\tau_1^2}\,t\right) \tag{1.43}$$

Une fois l'ouverture termin´ee, θ est d'ordre 1. Dans le cas o`u l'acc´el´eration domine la friction ($\tau_1 \gg \tau_2$), $\ln\mathrm{ch}\left(\frac{\tau_2}{\tau_1^2}t\right)$ doit tendre vers 0. Dans ce cas :

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2 \tag{1.44}$$

Dans le cas o`u la friction domine l'acc´el´eration ($\tau_1 \ll \tau_2$), $\ln\mathrm{ch}\left(\frac{\tau_2}{\tau_1^2}t\right)$ doit tendre vers l'infini. Dans ce cas :

$$\theta(t) = \frac{t}{\tau_2} \tag{1.45}$$

Dans les cas interm´ediaires, l'acc´el´eration domine au temps courts et la friction domine au temps longs. On peut donc en d´eduire :

— Pour $\frac{\tau_2}{\tau_1^2}t < 1$, soit $t < \frac{\tau_1^2}{\tau_2}$, $\theta \approx \frac{t^2}{\tau_1^2}$. τ_1 est donc le temps caract´eristique de l'acc´el´eration.
— Pour $\frac{\tau_2}{\tau_1^2}t > 1$, soit $t > \frac{\tau_1^2}{\tau_2}$, $\theta \approx \frac{t}{\tau_2}$. La vitesse d'ouverture est alors constante.

La transition entre ces deux r´egimes se produit pour $t = \frac{\tau_1^2}{\tau_2}$, soit $\theta_c = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^2$.

$$\theta_c = \frac{1}{M_{KL}}\,\frac{R}{L}\,\frac{1}{12 c_D} \tag{1.46}$$

L'angle critique est donc inversement proportionnel au nombre de masse M_{KL}.

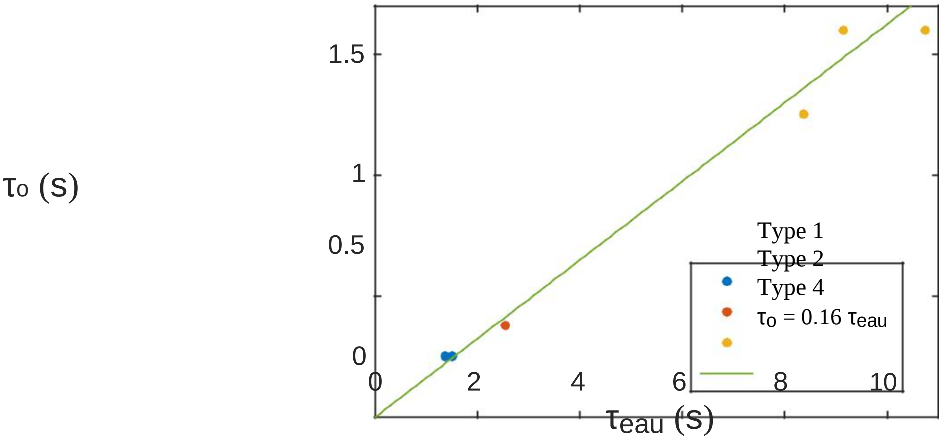


FIGURE 1.26 – Temps d'ouverture dans l'eau pour des boudins pli´es une fois en fonction de $\tau_{eau} = \sqrt{\frac{\rho_{eau} L_0^2}{p R}}$

— Si $M_{KL} \ll 1$, $\theta_c > \pi$ la vitesse limite n'est pas atteinte lors de l'ouverture : c'est le cas des exp´eriences dans l'air.

— Si $M_{KL} \gg 1$, $\theta_c < \pi$ la vitesse limite est atteinte lors du mouvement. C'est le cas pour les exp´eriences dan l'eau.

Dans notre cas, $\theta_c \approx 10^{-2}$. La loi d'ouverture est donc $\theta(t) = \frac{t}{\tau_2}$ et le temps caract´eristique d'ouverture est τ_2 qu'on notera par la suite τ_{eau}. En prenant comme couple caract´eristique = pR^3, on obtient :

$$\tau_{eau} = \sqrt{\frac{\rho_{eau} L_0^2}{p R}} \quad (1.47)$$

L'´evolution du temps d'ouverture en fonction de ce temps caract´eristique est pr´esent´ee sur la figure 1.26. Le mod`ele semble fonctionner et le temps d'ouverture vaut environ $\tau_o = 0.16\ \tau_{eau}$.

1.4.3.2 Étude de l'ouverture d'un boudin `a plusieurs plis

1.4.3.2.1 R´esultats exp´erimentaux

Nous ´etudions maintenant l'ouverture d'un boudin a` plusieurs plis en le pla¸cant dans l'eau. Comme dans le cas des exp´eriences dans l'air, nous consid´erons que le boudin est ouvert lorsque $L > 0.9\ L_0$. L'´evolution du param`etre L en fonction du temps est pr´esent´ee sur la figure 1.27. Comme dans l'air, le temps d'ouverture diminue encore lorsque le nombre de plis augmente. Le temps d'ouverture est de l'ordre de 0.2 s pour N = 1 et diminue a` 0.06 s pour N = 3.

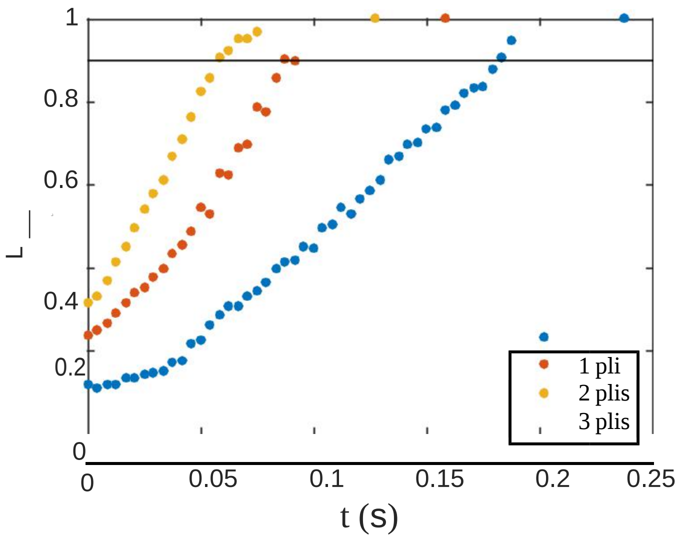


FIGURE 1.27 – Evolution du param`etre $\frac{L}{L_0}$ en fonction du temps pour 1, 2 et 3 plis pour un boudin de type 1 et une pression interne de 2.5 10^4 Pa.

Si la cin´ematique d’ouverture ´etait la m^eme que dans l’air, l’ouverture se passerait comme si tous les plis s’ouvraient ind´ependamment. Le temps d’ouverture d’un pli ´etant proportionnel a` $L_0^2$, on s’attend a` ce que le temps d’ouverture diminue comme $\left(\frac{2}{N+1}\right)^2$. Or l’´evolution du temps d’ouverture est plus proche de $\frac{2}{N+1}$.

1.4.3.2.2 Mod´elisation

Pour comprendre ce comportement, il est n´ecessaire de regarder plus pr´ecis´ement la dynamique d’ouverture d’une structure pli´ee plusieurs fois dans l’eau. La chronophotographie pr´esent´ee sur la figure 1.23 nous montre que tous les segments du boudin ne s’ouvrent pas en m^eme temps. On note τ_N le temps d’ouverture d’un pli dans cette configuration et $\tau_{N\,eau}$ le temps caract´eristique total d’ouverture de la structure. On a alors :

$$\tau_N = \left(\frac{2}{N+1}\right)^2 \tau_{eau} \quad (1.48)$$

Consid´erons que le pli central s’ouvre, puis que les $(N + 1)/2 - 1$ suivants s’ouvrent les un apr`es les autres sym´etriquement. La d´ependance en le nombre de plis est alors :

$$\tau_{N\,eau} = \left(2\left(\frac{N+1}{2} - 1\right) + 1\right) \tau_N \quad (1.49)$$

Soit :

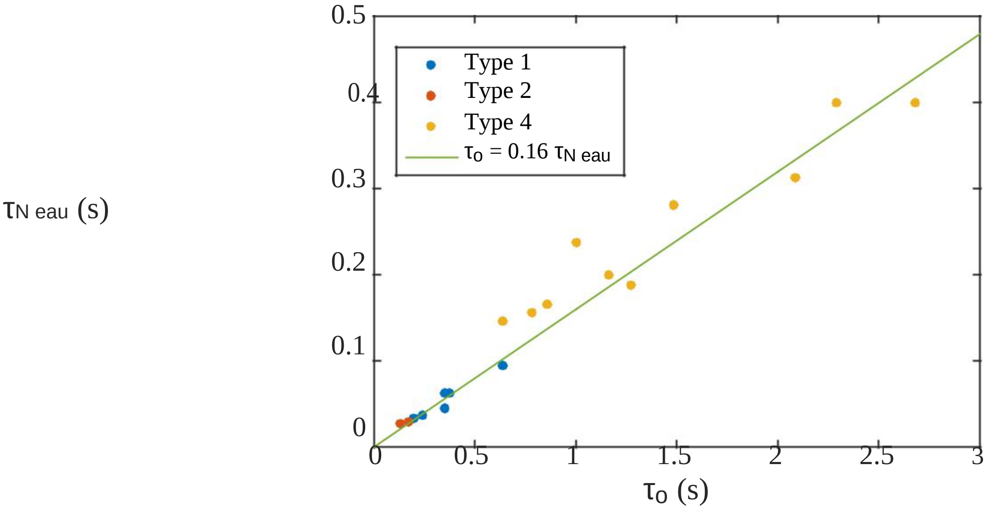


FIGURE 1.28 – Temps d'ouverture d'un boudin plié plusieurs fois dans l'eau en fonction du temps caractéristique $\tau_{N\ eau} = \sqrt{\frac{\rho_{eau}}{p}\frac{L_0^2}{N R}}$.

$$\tau_{N\ eau} = \frac{N+3}{(N+1)^2}\tau_{eau} = \frac{N+3}{(N+1)^2}\sqrt{\frac{\rho_{eau}}{p}\frac{L^2}{R}} \tag{1.50}$$

On déduit du temps d'ouverture d'un pli que

$$\tau_o = 0.16\tau_{N\ eau} \tag{1.51}$$

Ce temps caractéristique est testé sur la figure 1.28. Les données s'alignent sur une droite d'équation $\tau_o = 0.16\ \tau_{N\ eau}$.

1.4.4 Temps d'ouverture de cerf-volants réels

Selon le diagramme des phases 1.2, les cerf-volants réels sont dans le domaine $M_{FK} \gg 1$. La loi d'ouverture pour un cerf-volant est différente de celle d'un boudin seul car la surface de friction est plus importante. On peut écrire :

$$\tau_{o\ kite} \approx \sqrt{\frac{\rho_{air}}{} \frac{L_0^{\frac{5}{2}}}{3}} \tag{1.52}$$

Pour un cerf-volant dont les dimensions varient de manière autosimilaire ($L_0 \approx R \approx e$), **la** condition $\sigma_{lim} = \frac{pR}{e}$ donne une pression dans le boudin qui ne dépend pas **de la taille du**

cerf-volant. Le temps d’ouverture du cerf-volant en fonction des param`etres de dimension et du nombre de plis devient alors :

$$\tau_{o\,kite} \approx \left(\frac{\rho_{air} L_{0\,ref}^3}{p R_{ref}^3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{L_0}{N} \tag{1.53}$$

Le temps d’ouverture est donc de l’ordre de 0.3 $s.m^{-1}$ pour une structure pli´ee une fois. La ques-tion est ensuite d’optimiser le nombre de plis en fonction du temps d’ouverture recherch´ mais aussi de la complexit´ entrain´ee par les plis suppl´ementaires. Nous allons maintenant comparer ce temps d’ouverture `a celui obtenu quand l’ouverture est assist´ee par un ´ecoulement.

1.5 D´eploiement des boudins avec toile

Dans cette partie, nous allons ´etudier l'importance relative de l'´ecoulement et de l'´elasticit´ dans l'ouverture d'une structure. Nous allons nous placer dans une situation avec un grand nombre de masse et explorer une large gamme de nombre de Cauchy.

1.5.1 Dispositif exp´erimental

L'exp´erience est pr´esent´ee sur les figures 1.29 et 1.30. Elle consiste a` tracter un cerf-volant dans un bassin d'eau et a` mesurer son temps d'ouverture en fonction des diff´erents param`etres du syst`eme. Le cerf-volant est constitu´e d'un triangle rigide articul´e de taille caract ´eristique L_0 = 40 cm. L'articulation est un cylindre ´elastique qui maintient la structure ouverte. Les propri´et´es des cylindres utilis´es sont r´esum´ees dans le tableau 1.4. Il est pli´e avec un rayon de courbure $r_c \approx 1$ cm. L'´energie ´elastique stock´ee dans le pli est de l'ordre de EI/r_c. Pour se ramener a` un boudin gonflable, on peut substituer a` cette valeur l'´energie pR^3.

	Nylon	Polyvinylesiloxane 1	Polyvinylesiloxane 2
Rayon R (m)	$4\ 10^{-4}$	$1.0\ 10^{-2}$	$1.0\ 10^{-2}$
Rayon de courbure r_c (m)	$2.0\ 10^{-2}$	$2.0\ 10^{-2}$	$2.0\ 10^{-2}$
Rigidit´e EI (Pa.m^4)	$8.2\ 10^{-5}$	$1.0\ 10^{-3}$	$5.7\ 10^{-3}$

TABLE 1.4 – Propri´et´es de l'articulation ´elastique du cerf-volant tract´e

Le sch´ema du cerf-volant est donn´e sur la figure 1.29. Ce cerf-volant est attach´e `a une tige verticale tract´ee sur une distance de 2 m `a une vitesse constante allant de 0.01 m.s^{-1} `a 0.7 m.s^{-1} dans un bassin d'eau. Il est maintenu ferm´ par un ´elastique. A un instant fix´e, l'´elastique est retir´. Le cerf-volant s'ouvre alors sous l'effet combin´e de l'´elasticit´e et des forces hydrodynamiques. On d´efinit le temps d'ouverture τ_o comme le temps pour lequel $L/L_0 = 0.9$. Pour marquer cet instant avec plus de nettet´ dans l'analyse d'image, on fixe aux extr´emit ´es du cerf-volant un fil qui bloque l'ouverture `a cette valeur de L. L'exp´erience est film´ee `a 240 images par secondes du bord de la cuve pour voir pr´ecis´ement le temps de d´ebut et de fin d'ouverture. Une s´equence de l'exp´erience est montr´ee sur la figure 1.31.

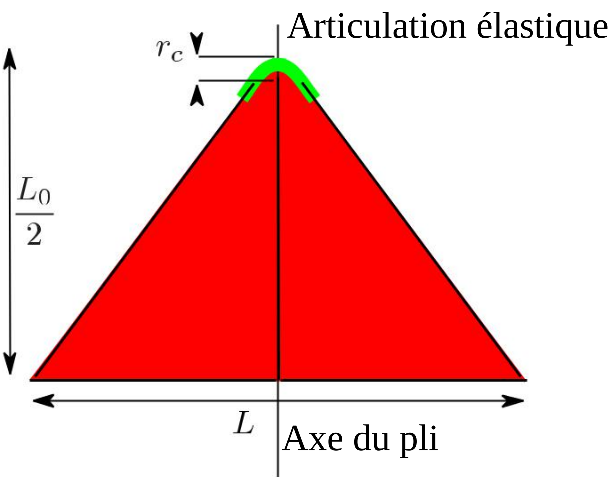


FIGURE 1.29 – cerf-volant utilis´e pour les ouvertures tract´ees. Il s'agit d'un triangle de tissu tendu sur un cadre en bois (repr´esent´ par les trais noirs). Le cylindre vert donne son elasticit´e a` la structure. Il relie les deux tiges de bois de structure du cerf-volant.

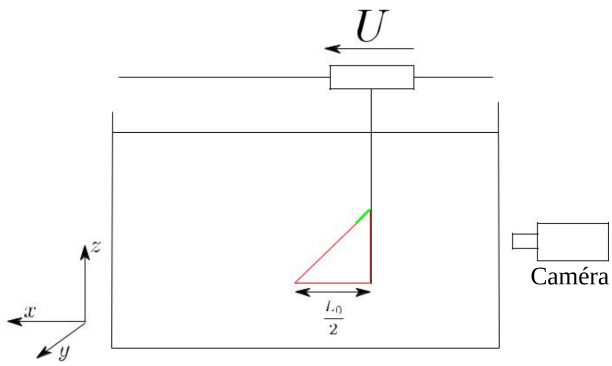


FIGURE 1.30 – Dispositif exp´erimental pour les ouvertures tract´ees. La cuve mesure 3 m de long et un chariot motoris´e permet de tracter des objets dans l'eau a` des vitesses allant de 0.01 m.s$^{-1}$ `a 1 m.s^{-1} sur une distance de 2 m.

1.5.2 R´esultats

Des r´esultats pr´esentant l'´evolution de la distance entre les bras du cerf-volant L en fonction du temps sont pr´esent´es sur la figure 1.32. Pour les faibles vitesses, 0.01 m.s^{-1} et 0.1 m.s^{-1}, le temps d'ouverture varie peu et passe de 1.4 s `a 1.2 s. Quand on augmente encore la vitesse `a 0.4 m.s^{-1}, le temps d'ouverture est divis´e par 3 et passe `a 0.4 s. Les r ´esultats pr´esentant le temps d'ouverture des diff´erents cerf-volants en fonction de la vitesse de traction sont donn´es sur la figure 1.33.

On observe deux r´egimes distincts : pour des vitesses faibles, le temps d'ouverture d´epend peu de la vitesse de l'´ecoulement et est essentiellement fix´e par l'´elasticit´ de la structure. Plus la structure est rigide, plus elle s'ouvre vite : le temps d'ouverture est multipli´e par 10 (τ_0 passe de 0.6 s a` 6 s) quand l'´elasticit´ est divis´ee par 100 (EI passe de 8.2 10$^{-5}$ Pa.s$^4$ a` 5.7 10^{-3} Pa.s^4).

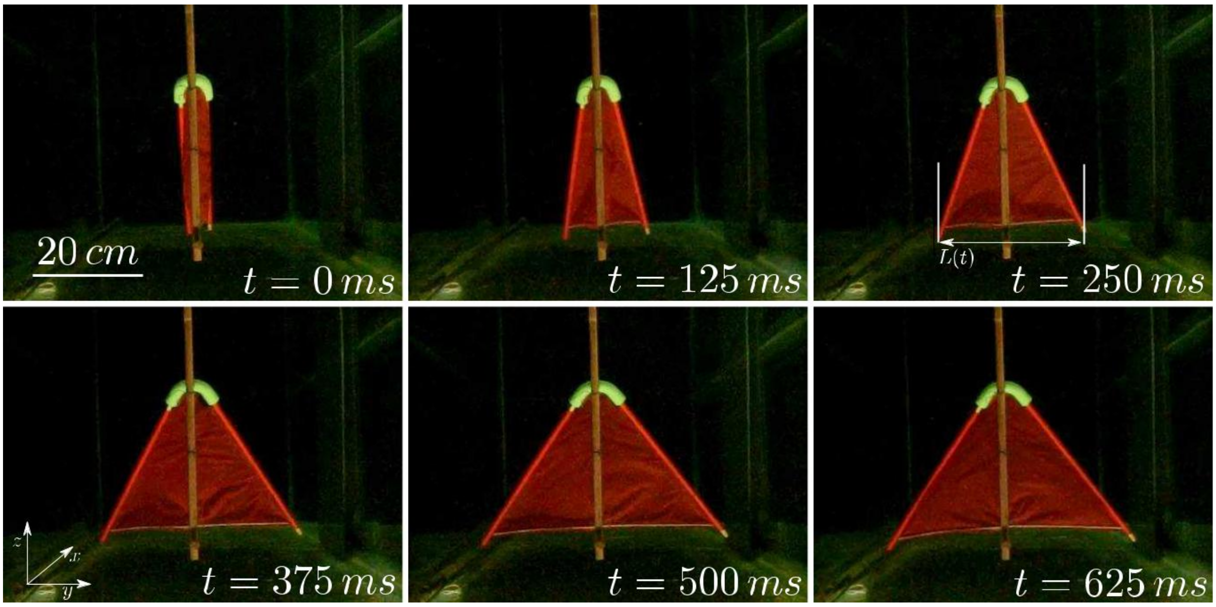


FIGURE 1.31 – Chronophotographie de l'expérience d'ouverture dans le plan yOz pour une vitesse d'écoulement U = 0.15 $m.s^{-1}$ et une rigidité EI = 5.6 10^{-3} $Pa.m^4$. Sur ces images, le cerf-volant s'éloigne de la caméra ($U_x > 0$).

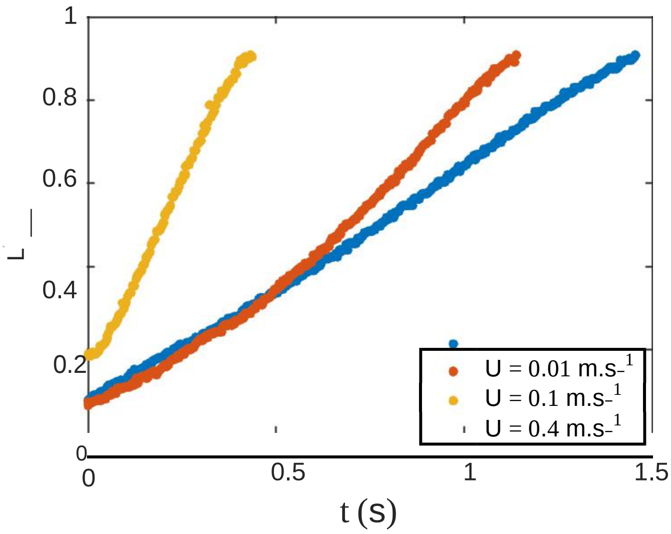


FIGURE 1.32 – Évolution du paramètre $\frac{L}{L_0}$ en fonction du temps pour différentes vitesse de traction pour une rigidité de l'articulation EI = 10^{-5} $Pa.m^4$.

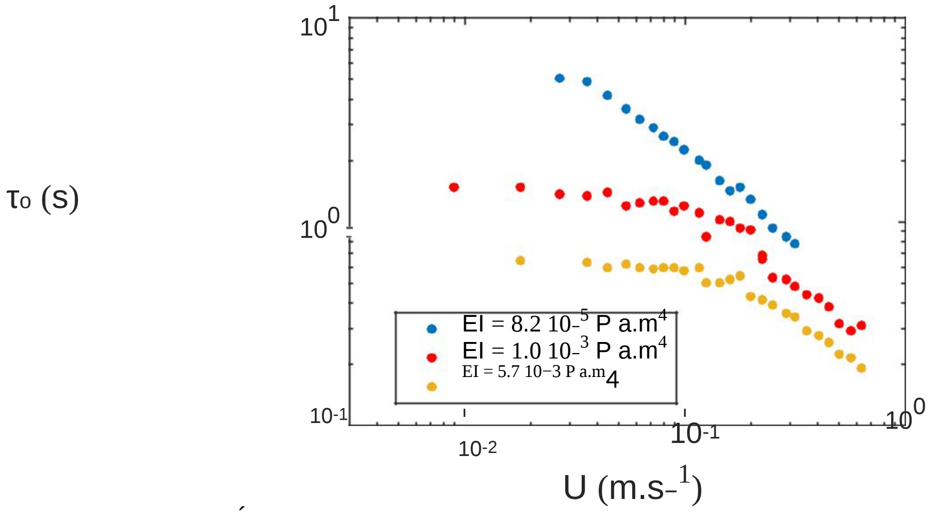


FIGURE 1.33 – Evolution du temps d'ouverture τ_0 en fonction de la vitesse de traction U pour des vitesses allant de 0.01 m.s^{-1} à 0.7 m.s^{-1}. Les différentes courbes donnent les résultats expérimentaux pour différentes rigidités : EI = 8.2 10^{-5}, 1.0 10^{-3} et 5.6 10^{-3} Pa.m^4.

Cette observation est compatible avec un temps d'ouverture sans écoulement qui évolue comme $(EI)^{-1/2}$. Pour des vitesses elevées, le temps d'ouverture décroît quand la vitesse de traction augmente.

1.5.3 Modélisation de l'effet de la vitesse

Quand la vitesse est elevée, les efforts fluides sont grands devant les efforts dus à la rigidité de l'articulation. De plus, le nombre de masse vaut $M_{KL} \approx 10^3$. L'énergie cinétique du cerf-volant sera donc toujours négligeable devant l'énergie cinétique du fluide environnant. Cette énergie sera fournie par l'énergie élastique stockée dans l'articulation et par l'écoulement extérieur. Cela se traduit par l'équilibre :

$$\rho_{eau}\frac{L_0^5}{\tau_0^2} = \rho_{eau} U_0^2 L_0^3 + \frac{EI}{r_c} \tag{1.54}$$

Dans le cas où l'écoulement est lent, le cerf-volant s'ouvre comme dans un fluide au repos. L'énergie élastique est dissipée sous forme d'énergie cinétique du fluide. La loi d'échelle gouver-nant l'ouverture est donc :

$$\rho_{eau} L_0^2 \left(\frac{L_0}{\tau_0}\right)^2 L_0 \approx \frac{EI}{r_c} \tag{1.55}$$

On peut alors définir un temps hydro-élastique $\tau_{elastique}$ comme il suit :

$$\tau_{elastique} \approx \sqrt{\frac{\rho_{eau} L^5 r_c}{EI}} \tag{1.56}$$

Lorsque la vitesse de l'écoulement est importante, l'effet de l'élasticité est négligeable. Le cerf-volant est alors emporté par le fluide. Comme sa masse est négligeable devant celle du fluide environnant, il s'ouvre à la vitesse de l'écoulement. Le temps caractéristique d'ouverture est donc de l'ordre de :

$$\tau_{ecoulement} = \frac{L_0}{U_0} \tag{1.57}$$

La transition se produit quand l'énergie due à l'écoulement et celle due à l'élasticité sont du même ordre, soit quand l'écoulement a une vitesse critique :

$$U^* = \sqrt{\frac{EI}{\rho_{eau} L_0^3 r_c}} \tag{1.58}$$

Sur la figure 1.34, on trace le temps d'ouverture τ_0 adimensionné par le temps élastique $\tau_{elastique}$ en fonction de la vitesse de l'écoulement U_0 adimensionnée par le vitesse critique U^*. Pour des vitesses faibles devant la vitesse critique, le temps d'ouverture τ_0 ne dépend pas de la vitesse de l'écoulement. Pour des vitesse élevées, le temps d'ouverture est inversement proportionnel à la vitesse de l'écoulement. La loi gouvernant le temps d'ouverture peut donc s'écrire :

$$\tau_0 = \begin{cases} 0.4\,\tau_{elastique} = 0.4\sqrt{\dfrac{\rho_{eau} L^5 r_c}{EI}} & \text{pour } U \ll U^* \\ \dfrac{}{U_0} & \gg \end{cases} \tag{1.59}$$

Cette expérience montre qu'en dimensionnant convenablement une structure élastique qui se déploie dans un écoulement, il est possible de réduire significativement son temps d'ouverture.

1.5.4 Dimensionnement

La relation $\tau_{ecoulement} > 2\,\tau_{elastique}$ permet de dimensionner les boudins du cerf-volant pour que leur rigidité ait un impact non négligeable sur le temps d'ouverture. On peut réécrire $\tau_{elastique}$ en substituant l'énergie du pli d'un boudin à l'énergie élastique. On obtient alors :

$$\tau_{elastique} = \sqrt{\frac{\rho_{fluide} L^5}{pR^3}} \tag{1.60}$$

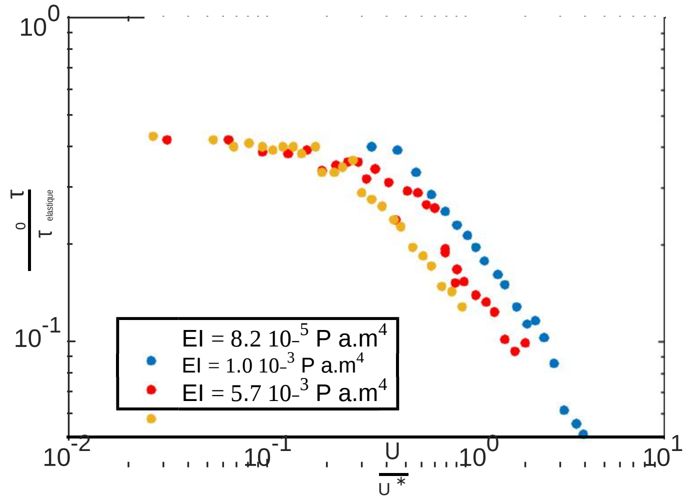


FIGURE 1.34 – Temps d'ouverture adimentionn´ par $\tau_{elastique}$ en fonction de la vitesse de l'´ecoulement adimentionn´ee par U_* pour EI = $8.2\ 10^{-5}$, $1.0\ 10^{-3}$ et $5.6\ 10^{-3}$ Pa.m^4.

Cela donne un rapport d'aspect minimal entre le rayon du boudin et l'envergure du cerf-volant valant :

$$\frac{R}{L} \approx \left(\frac{\rho_{air} U^2}{p}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{1.61}$$

Ce rapport vaut environ 0.05 pour les vents les plus faibles auxquels le cerf-volant peut voler ($U \approx 3$ m.s^{-1}). Pour une aile dont l'envergure vaut 5 fois sa corde, le diam`etre du boudin principal vaudrait la moiti´e de la corde de l'aile. Ce rapport d'aspect parait trop important pour que le cerf-volant ait de bonnes performances. Nous en concluons que si le vent est suffisant pour faire voler le cerf-volant, il est aussi le principal moteur de son ouverture. La rigidit´e apport´ee par la structure ´elastique n'a que peu d'impact sur le temps d'ouverture du cerf-volant. Son principal int´erˆet est donc de pouvoir maintenir le cerf-volant ouvert malgr´e son poids. Le facteur le plus important `a prendre en compte dans le dimensionnement des boudins du cerf-volant est sa capacit´e `a porter son propre poids (voir pr´ec´edemment la partie 1.3.6).

1.6 Conclusion sur l'ouverture de structures gonflables appliqu´ee aux grands cerf-volants

Dans ce chapitre, nous avons vu l'impact de deux nombres adimensionn´es sur l'ouverture de structures gonflables dans un ´ecoulement. Les temps caract´eristiques d'ouverture en fonction du nombre de masse et du nombre de Cauchy sont rassembl´es sur la figure 1.35. Il appara^ıt que les cerf-volants r´eels se situent dans la configuration o`u le temps d'ouverture est domin´e par l'effet de l'´ecoulement ext´erieur ($\tau_0 \approx \frac{L_0}{U}$). L'´elasticit´ aura peu d'impact sur le temps d'ouverture, mais reste importante pour que le cerf-volant puisse soutenir son poids et donc d´ecoller plus facilement. La structure gonflable lui permettra aussi de flotter.

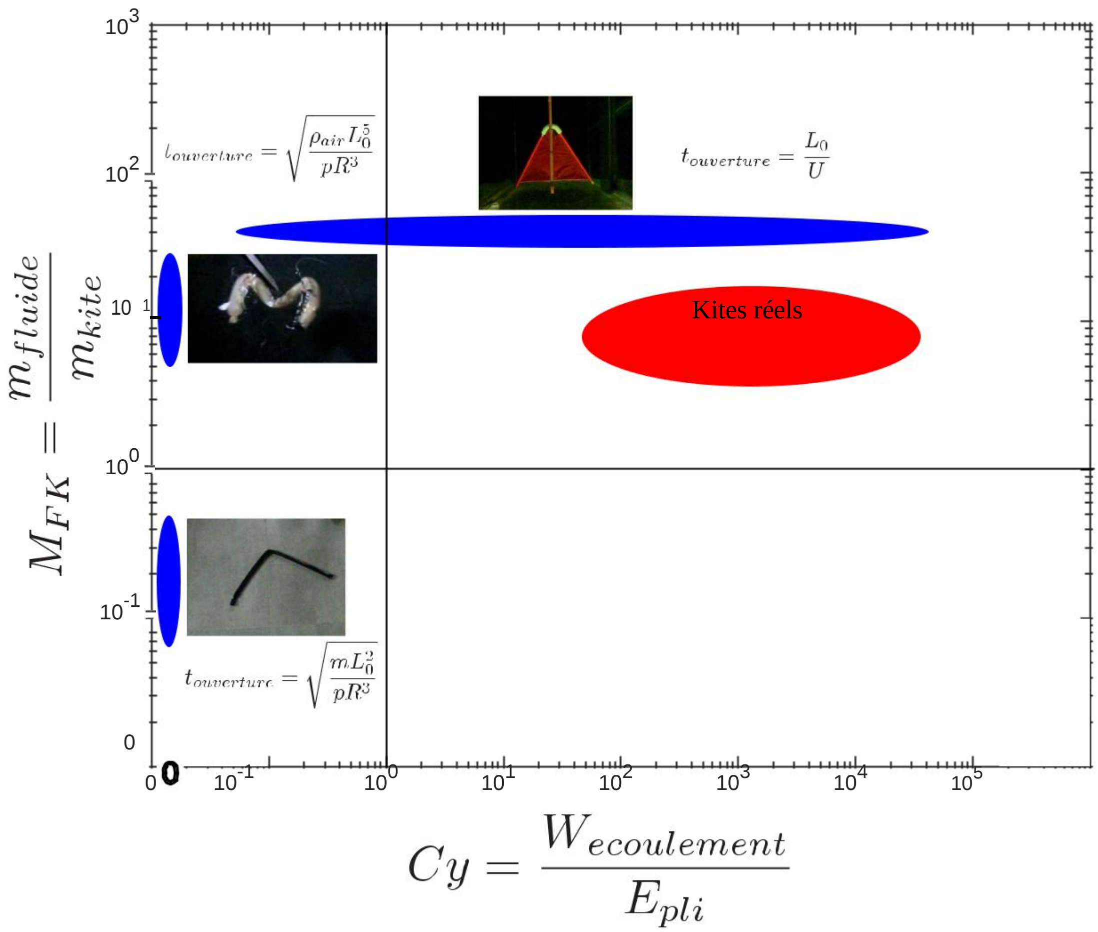


FIGURE 1.35 – Diagramme du nombre de masse en fonction du nombre de Cauchy pr ´esentant les exp´eriences etudi´ees dans ce chapitre.

Notre cerf-volant peut maintenant d´ecoller, essayons de le faire rester en l'air...

Chapitre 2

Vol d’un cerf-volant

« Kites rise highest against the wind, not with it. »

Winston Churchill

2.1 Introduction

L’étude de la position d’équilibre et de la stabilité des cerf-volants est ancienne. Albert Euler (le fils du célèbre Leonhard Euler) en fait une première étude en 1758 [50]. L’étude est ensuite poursuivie par Jorge Juan y Santacilia en 1783 [51]. Ce dernier étudie la position d’équilibre d’un cerf-volant maintenu par une seule suspente comme présenté sur le schéma 2.1. Dans l’introduction de son étude, il fait une remarque sur la stabilité en critiquant l’étude d’Euler :

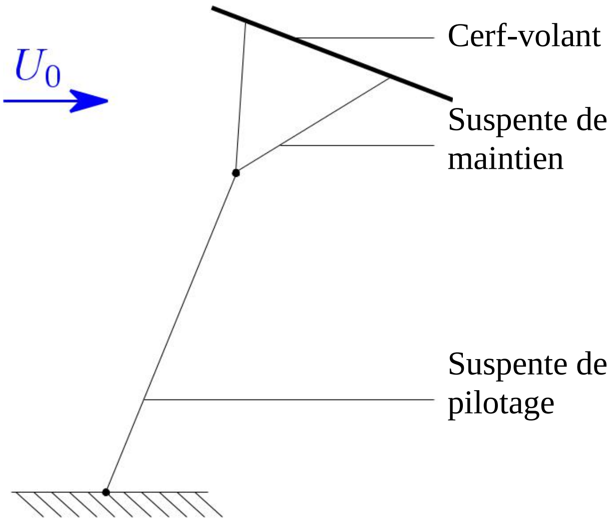


FIGURE 2.1 – Schéma du cerf-volant monofil étudié par J. Santacilia [51]

> « Cet auteur s'est assujetti, dans cette th´eorie, a` attacher la ficelle seulement dans un point d´etermin´ du cerf-volant, ce qui, dans la pratique, ne produiroit jamais aucun bon effet. L'usage ordinaire est d'attacher au cerf-volant deux, trois ou quatre ficelles qui se r ´eunissent a` une petite distance, pour n'en former ensuite qu'une seule. Par cette disposition, le cerf-volant se maintient dans sa position, sans pouvoir se mouvoir, ou tourner sur aucun de ses diam`etres ; au lieu dit que si l'on n´eglige cette pr´ecaution, il se d´erange facilement au moindre accident et se pr´ecipite vers la terre. »

Deux remarques importantes sont faites ici : la premi`ere est qu'il est impossible de faire voler un cerf-volant en ne l'attachant qu'`a une seule suspente. La deuxi`eme est que si l'on ne respecte pas certaines pr´ecautions, le cerf-volant est facilement instable. On peut distinguer le nombre de suspentes quittant le cerf-volant (suspentes de maintien) et le nombre de suspentes effectivement r´eglables par le pilote (suspente de pilotage). Si l'on trouve des cerf-volants souples ayant des dizaines de suspentes de maintien de l'aile, le nombre de suspentes de pilotage varie toujours entre 1 et 4. Ces cerf-volants donnent diff ´erents niveaux de contrˆole sur l'aile et ont des usages diff´erents r´esum´es dans le tableau 2.1 et illustr´es dans la figure 2.2. Dans cette ´etude, nous nous concentrons sur des cerf-volants avec trois suspentes de contrˆole qui assurent un dispositif isostatique.

Nombre de suspentes de pilotage	Param`etres g´en´eralement r´eglables	Principaux usages
1	Longueur de la suspente	Loisir, m´et´eo, observation...
2	Direction de vol	Loisir, pilotage de pr´ecision...
3	Direction de vol et force de traction	G´en´eration d'´electricit´e, propulsion
4	Direction et sens de vol, force de traction, forme	Pilotage de pr´ecision

TABLE 2.1 – R´esum´ des caract´eristiques et des usages des cerf-volants en fonction du nombre de suspentes de pilotage.

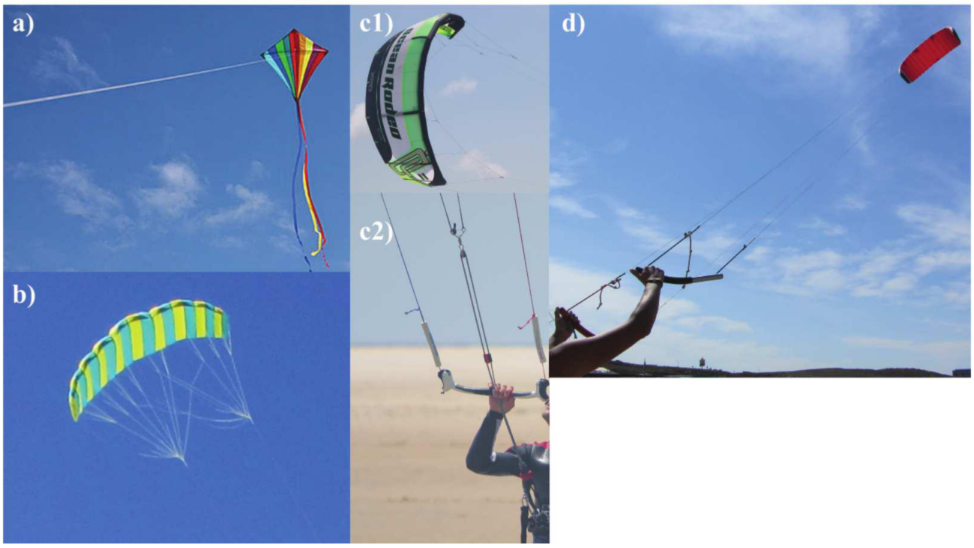


FIGURE 2.2 – a) Cerf-volant a` une suspente de pilotage. b) Cerf-volant a` deux suspentes de pilotage. c1) Cerf-volant a` trois suspentes de pilotage et c2) syst`eme de pilotage avec une ligne centrale fix´ee sur le bord d'attaque du cerf-volant et deux lignes de pilotages fix´ees sur le bord de fuite. d) Cerf-volant a` quatre suspentes de pilotage.

2.2 Rappels sur le vol et la stabilité de corps profilés

2.2.1 Vol d'une aile

Les cerf-volants que nous utilisons sont des corps profilés. Du fait des applications aéronautiques, ce domaine est largement etudi´. Nous rappelons ici les éléments de base concernant les efforts qui s'appliquent quand un corps profilé est placé dans un écoulement [24].

2.2.1.1 Circulation

La circulation d'un écoulement de vitesse u autour d'un contour ferm´ **C** tel qu'une aile est par définition :

$$= \oint_C u.dl \tag{2.1}$$

Dans un écoulement de fluide parfait incompressible, la circulation se conserve (théorème de Kelvin [24]) .

2.2.1.2 Relation entre portance et circulation

Dans le régime des grands Reynolds, un objet d'envergure infinie placé dans un écoulement de vitesse U_0 est soumis à une force de portance par unité de longueur F_L, perpendiculaire à l'écoulement, qui dépend de la circulation autour de cet objet selon la relation de Blasius[52] :

$$F_L = \rho U_0 \tag{2.2}$$

Pour un cylindre de rayon R en rotation à une vitesse angulaire ω, la circulation vaut :

$$= 2\pi R^2 \omega \tag{2.3}$$

Ces deux équations permettent de retrouver la portance d'un rotor de Flettner donnée dans l'introduction (équation 0.5.2 page 14).

Pour une plaque mince d'envergure infinie et de corde c placée avec un angle d'incidence α dans un écoulement de vitesse U_0, une circulation autour de l'aile apparait lors de la formation du tourbillon de démarrage [53]. Pour les petits angles, cette circulation vaut [24] :



(a) Plaque mince placée avec un angle d'incidence $\alpha = 2.5°$ avec l'écoulement à un nombre de Reynolds $Re = U_0 c/\nu = 10000$. L'écoulement est entièrement attaché à l'extrados de la plaque sur la majorité de sa longueur.

(b) Plaque mince placée avec un angle d'incidence $\alpha = 20°$ avec l'écoulement à un nombre de Reynolds $Re = 10000$. L'écoulement est détaché sur l'extrados de la plaque.

FIGURE 2.3 – Visualisation des lignes de courant autour d'une plaque mince pour deux angles d'incidence différents. *Photographie ONERA, Werlé 1974* [54].

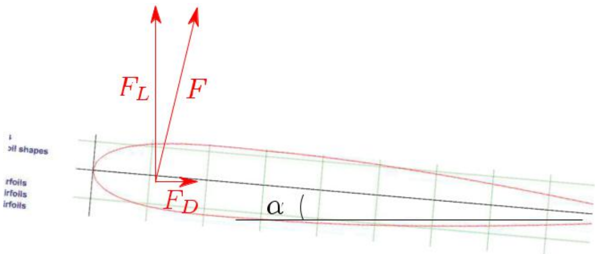
$$= 2\pi U c \sin \alpha \tag{2.4}$$

Cette formule est valable pour les profils d'ailes fins sans courbure dont le bord de fuite est anguleux. La limite de validité de cette formule en angle d'incidence dépend du profil d'aile et varie entre $\alpha = 10°$ et $\alpha = 20°$. Au delà de cet angle limite, l'écoulement change de morphologie. Sur la figure 2.3a, nous pouvons voir que pour un angle d'incidence faible ($\alpha = 2.5°$), les lignes de courant suivent le profil de l'aile. Sur la figure 2.3b, l'angle d'incidence est plus fort ($\alpha = 20°$) et la couche limite s'est décrochée de l'extrados de l'aile. Une bulle de recirculation est apparue.

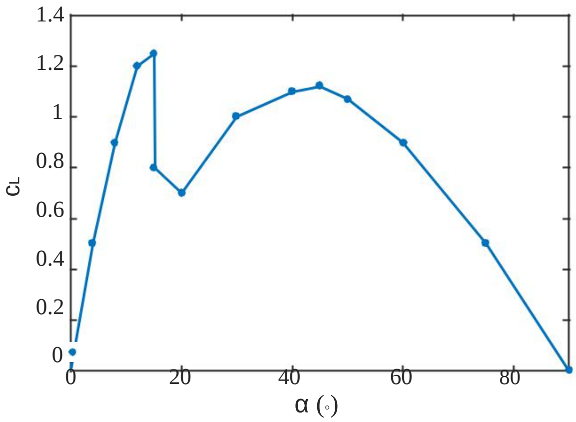
Le décrochage de la couche limite fait chuter violemment la portance (en aviation, on d'ailleurs appelle ce phénomène le décrochage). Pour des angles d'incidence plus importants, la portance ré-augmente pour atteindre un maximum local autour de $\alpha \approx 45°$ puis décroit jusqu'à 0 pour $\alpha = 90°$ [55]. On définit le coefficient de portance c_L comme il suit :

$$c_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho c U_0^2} \tag{2.5}$$

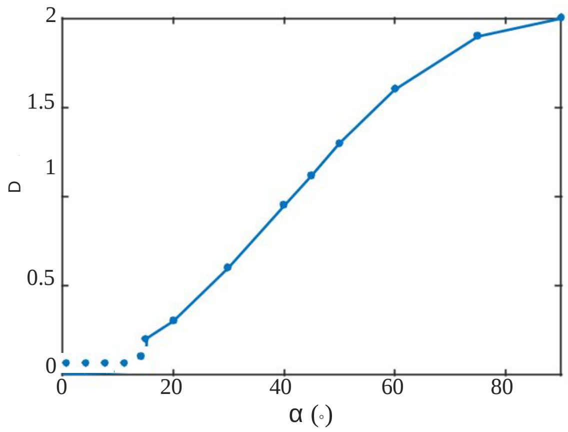
Le comportement du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence pour un profil NACA 0012 (forme donnée sur la figure 2.4a) est donné sur la figure 2.4b.



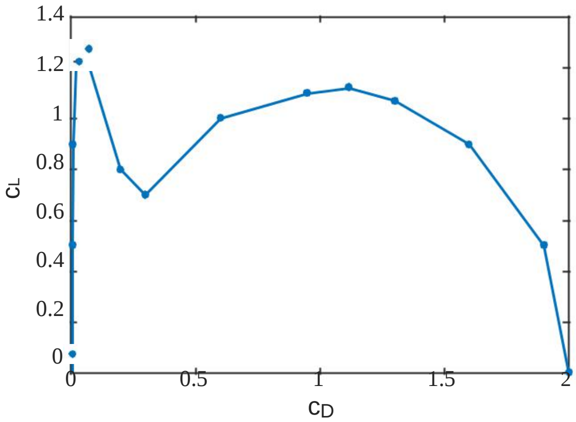
(a) Profil d'une aile NACA 0012 (aile symétrique sans cambrure dont l'épaisseur mesure 12% de la corde [56]).



(b) Coefficient de portance



(c) Coefficient de traînée



(d) Polaire

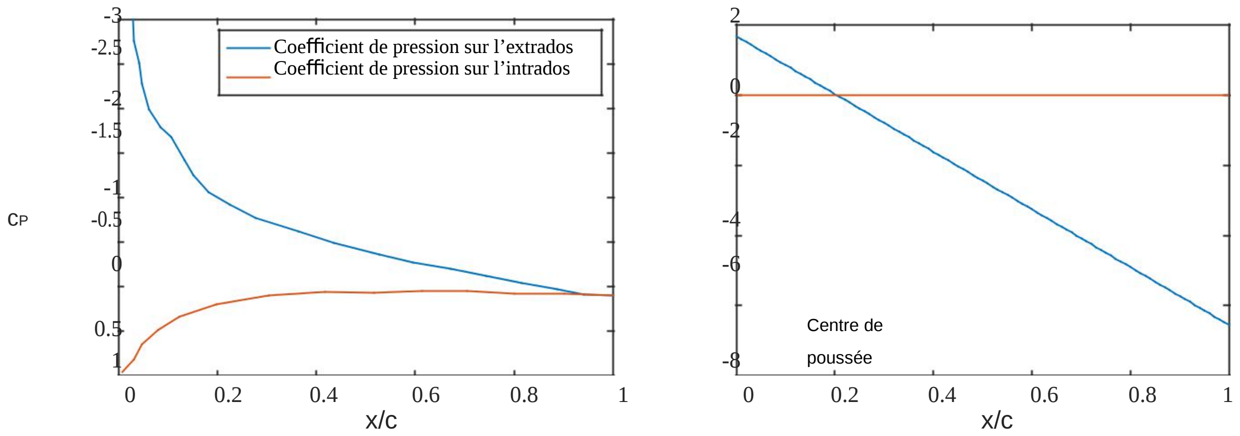
FIGURE 2.4 – Coefficients de portance et de traînée en fonction de l'angle d'incidence pour un profil NACA 0012 pour des nombres de Reynolds de 10^6 [55]. La polaire est tracée sur la figure d)

2.2.1.3 Origine de la traînée

Une aile dans un écoulement subit aussi une force parallèle à cet écoulement appelée force de traînée F_D . Cette force dépend fortement de l'angle d'incidence de l'aile. On définit le coefficient de traînée comme il suit :

$$c_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho c U_0^2} \tag{2.6}$$

Pour un angle d'incidence nul, la traînée est due à la friction de couche limite qui, selon la nature laminaire ($Re < 5\ 10^5$) ou turbulente ($Re > 5\ 10^5$) de l'écoulement, vaut [57] :



(a) Coefficient de pression $c_P = 2P/(\rho U_O^2)$ a` la sur-face d'une aile en fonction de la fraction la dis-tance au bord d'attaque.

(b) Moment exerc´ par les efforts de pression en fonction du point d'application sur la corde de l'aile. Le centre de pouss´ee est le point o`u le moment est nul.

FIGURE 2.5 – Efforts de pression et moment appliqu´es sur une aile NACA 0012 pour un angle d'incidence de 8° (donn´ees issues de [55]).

$$c_{D\,laminaire} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \qquad c_{D\,turbulent} = \frac{0.0031}{Re^{1/7}} \tag{2.7}$$

Pour des angles d'incidence non nuls, le coefficient de traˆın´ee augmente l´eg`erement avec l'angle d'incidence avant le d´ecrochage qui survient pour $\alpha \approx 15^\circ$. Au d´ecrochage, il augmente vio-lemment. Il croit ensuite jusqu'`a atteindre son maximum pour $\alpha = 90^\circ$. Le comportement du coefficient de traˆın´ee d'un profil NACA 0012 est pr´esent´ sur la figure 2.4c. La polaire pr´esente le coefficient de portance en fonction du coefficient de traˆın´ee. Pour le profil NACA 0012, elle est trac´ee sur la figure 2.4d.

2.2.1.4 Moment sur une aile et centre de pouss´ee a´erodynamique

La pression n'est pas uniforme a` la surface d'une aile. Les forces de pression exercent donc un moment sur celle-ci. La r´epartition des efforts de pression `a la surface d'une aile est pr ´esent´ee sur la figure 2.5a. Les efforts de pression sont importants pr`es du bord d'attaque et faibles au niveau du bord de fuite.

Il existe un point G_A par rapport auquel le moment dˆu aux efforts de pression est nul (figure 2.5b). On appelle ce point le centre de pouss´e a´erodynamique. L'aile se comporte comme si la force a´erodynamique s'exer¸cait en ce point. La th´eorie des ailes minces aux petits angles donne la position de ce point au quart de la corde de l'aile en partant du bord d'attaque [58]. La

th´eorie de Rayleigh-Kirshhoff [59] pr´edit une variation la distance d du centre de pression au bord d’attaque au del`a du d´ecrochage selon la formule :

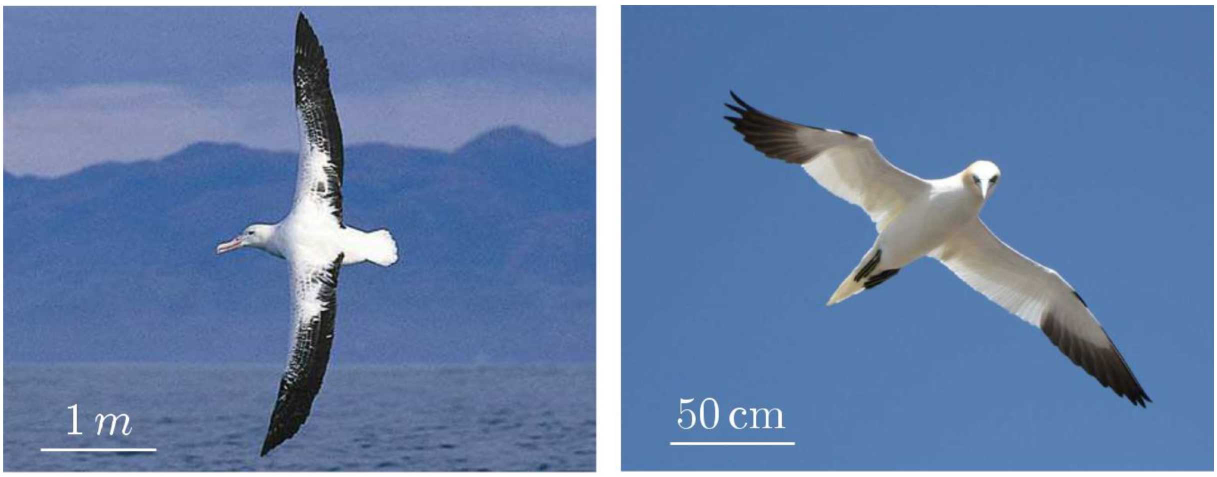
$$d = \left(0.5 - 0.75\frac{\cos\alpha}{4 + \pi \sin\alpha}\right) c. \tag{2.8}$$

2.2.1.5 Remarque sur les ailes tridimensionnelles

Une aile d’envergure finie g´en`ere des tourbillons au bout de ses ailes. Ces tourbillons ont pour cir-culation la circulation qui s’est ´etablie autour de l’aile. Plus l’aile est portante, plus ces tourbillons sont intenses. Or ces tourbillons interagissent avec l’aile et cr´eent une traˆın ´ee suppl´ementaire ap-pel´ee traˆın´ee induite. Le coefficient de traˆın´ee induite c_{Di} , pour une aile rectangulaire d’envergure b et de corde c [53] vaut :

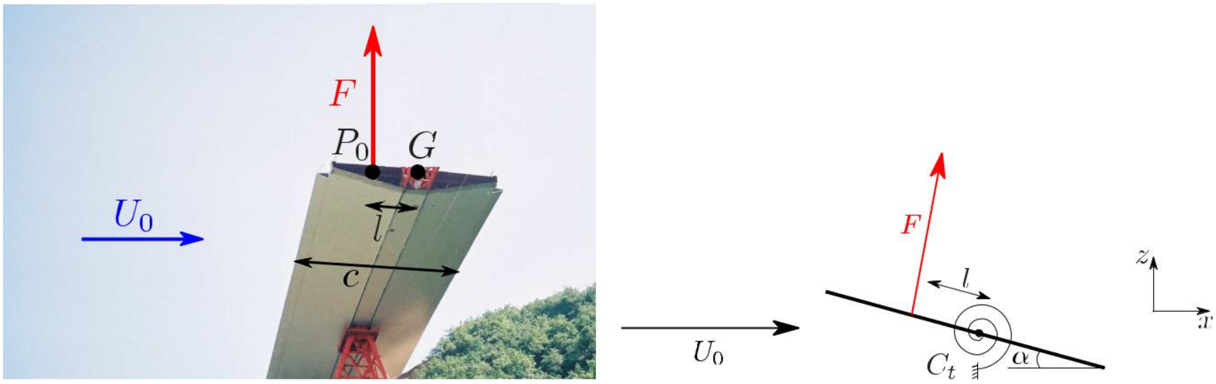
$$c_{Di} = c_L^2 \frac{c}{\pi b} \left(= 4\pi\alpha^2 \frac{c}{b}\right). \tag{2.9}$$

Le coefficient de traˆın´ee induite est donc croissant avec l’angle d’incidence et devient dominant sur le coefficient de traˆın´ee de peau pour des angles d’incidence relativement faibles ($cd_{laminaire} < c_{Di}$ pour $Re = 10^5$ et $b/c = 10$ et $\alpha > 5^\circ$). Pour les angles d’incidence sup´erieurs a` cette valeur, la traˆın´ee d’une aile est principalement due a` la traˆın´ee induite et varie donc avec le carr´e de l’angle d’incidence. La traˆın´ee induite est proportionnelle au rapport d’aspect de celle-ci. Plus une aile est elanc´ee, moins sa traˆın´ee induite sera importante. Les oiseaux qui volent principalement en planant [60] (albatros, fous de Bassan, etc (figures 2.6)) ont des ailes dont le rapport d’aspect est tr`es important ($b/c > 10$) [61]. Cela leur permet d’avoir une tr`es faible traˆın´ee et de ne quasiment jamais avoir a` battre des ailes [62].



(a) Albatros (b) Fou de Bassan

FIGURE 2.6 – Oiseaux dont les ailes ont un grand rapport d’aspect



(a) Photographie du viaduc de Millau en constru-tion. Visualisation du couple que peut exercer le vent sur le tablier du pont.

(b) Sch´ema du probl`eme

FIGURE 2.7 – Exemple de structure sujette a` l'instabilit´e statique et repr´esentation sch´ematique.

2.2.2 Bases d'a´ero-elasticit´e : pr´esentation de quelques instabilit´es de structures dans un ´ecoulement

Nous allons ici consid´erer plusieurs cas « classiques » de structures plac´ees dans un ´ecoulement et qui peuvent ˆetre sujettes a` un comportement instable [63].

2.2.2.1 Instabilit´e statique

Prenons l'exemple d'un pont soumis a` un vent lat´eral de vitesse $U_0$ (figure 2.7a). Ce dispositif a et´ etudi´ dans le cas d'un pont a` section rectangulaire par Nakamura et Mizota en 1975 [64]. Nous pouvons mod´eliser une section du pont comme une plaque d´eformable en torsion. Cette configuration est sch´ematis´ee sur la figure 2.7b. Le pont a une largeur c, la distance entre le centre des efforts a´erodynamiques et l'axe du pont est not´ee l. La rigidit ´e en torsion du pont est not´ee C_t et le moment d'inertie par unit´e de longueur est not´e J_t en torsion. L'´equation d'´evolution de l'angle de rotation α du pont est :

$$J_t \ddot{\alpha} + C_t \alpha = \frac{1}{2} \rho c_L c U_0^2 l. \tag{2.10}$$

Si le pont est assimil´e a` une aile, pour des angles d'incidence faibles, le coefficient de portance suit la loi $c_L = 2\pi\alpha$. L'´equation devient donc :

$$J_t \ddot{\alpha} + C_t - \pi \rho c U_0^2 l \, \alpha = 0 \tag{2.11}$$

Le pont oscille donc en torsion avec une pulsation propre :

$$\omega^2 = \frac{C_t - \pi\rho c U_0^2 l}{J_t} \tag{2.12}$$

Si l est positif, il existe une vitesse d'écoulement critique U^* au delà de laquelle la pulsation devient imaginaire et la position $\alpha = 0$ est instable :

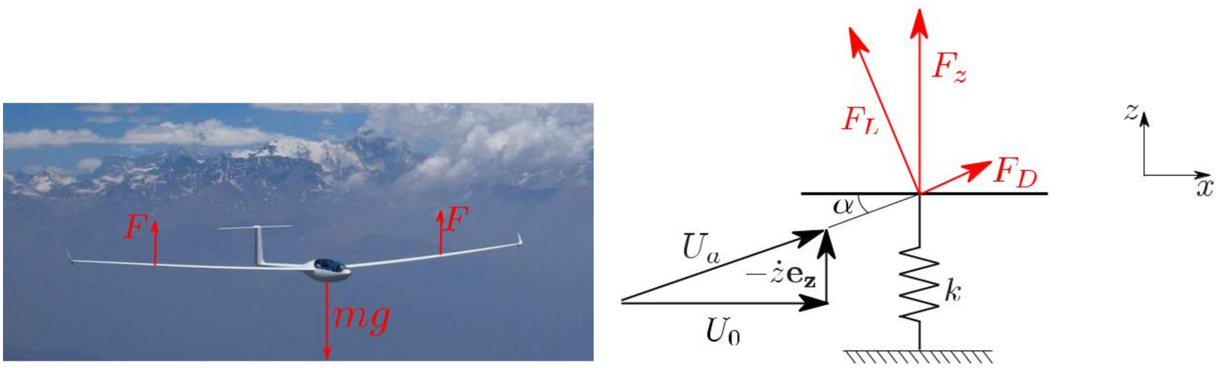
$$U^* = \sqrt{\frac{C_t}{\pi\rho c l}} \tag{2.13}$$

Si cette vitesse limite est dépassée, le pont se comporte comme un pendule inversé. L'angle α augmente exponentiellement avec un temps caractéristique :

$$\tau = \sqrt{\frac{J}{\pi\rho c U_0^2 l - C_t}} \tag{2.14}$$

2.2.2.2 Effet de la vitesse induite : instabilité de galop

Considérons maintenant un planeur (figure 2.8a). Son poids est principalement concentré dans son fuselage et ses ailes supportent ce poids grâce à la force aérodynamique F exercée sur chaque aile. Le chargement aérodynamique fait plier les ailes et est compensé par une rigidité structurelle notée k. Le mouvement de l'aile selon la verticale peut se modéliser comme dans la figure 2.8b. La vitesse induite par les oscillations en flexion de l'aile change la direction du vent apparent de l'aile et donc des forces de portance et de traînée. L'équation du mouvement s'écrit :



(a) Planeur en vol et représentations des forces exercées sur les ailes

(b) Schéma du problème

FIGURE 2.8 – Exemple de structure sujette à l'instabilité de galop et représentation schématique.

$$M\ddot{z} + kz = F_z \tag{2.15}$$

La force verticale F_z dépend de la direction de l'écoulement ressenti par la structure. Cette vitesse vaut :

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{e}_x - \dot{z}\, \mathbf{e}_z \tag{2.16}$$

L'angle d'incidence vaut :

$$\alpha = -\arctan \frac{\dot{z}}{U_0} \tag{2.17}$$

La force verticale devient donc :

$$F_z = -F_L \cos\alpha + F_D \sin\alpha = \frac{1}{2}\rho U_0^2 c c_z \tag{2.18}$$

Avec c_z :

$$c_z = -\frac{U_a^2}{U_0^2}\left(c_L \cos\alpha - c_D \sin\alpha\right) \tag{2.19}$$

Dans la limite des faibles vitesses relatives $\dot{z} \ll U_0$:

$$\alpha = -\frac{\dot{z}}{U_0}, \quad U_a = U_0, \quad c_z = -c_L - \left(\frac{\partial c_L}{\partial \alpha} - c_D\right)\alpha \tag{2.20}$$

L'équation du mouvement est donc :

$$M\ddot{z} - \frac{1}{2}\rho c U_0 \frac{\partial c_z}{\partial \alpha}\Big|_{\alpha_0} \dot{z} + k(z - z_0) = 0 \tag{2.21}$$

Les forces pour l'angle d'attaque α_0 à l'équilibre sont comprises dans la position d'équilibre $z_0 = \rho c_L c U_0^2/2k$. Pour un profil d'aile dans la limite des faibles incidences, la traînée est négligeable et $\partial c_z/\partial\alpha \approx -2\pi$. Les oscillations de l'aile sont alors amorties. En revanche, légèrement au delà de l'angle de décrochage, $\partial c_z/\partial\alpha < 0$ (voir figure 2.4) le terme en $\dot{z}$ change de signe. Dans ce cas, les oscillations des ailes de pulsation propre $\omega = \sqrt{k/m}$ sont amplifiées exponentiellement avec un temps caractéristique d'amplification :

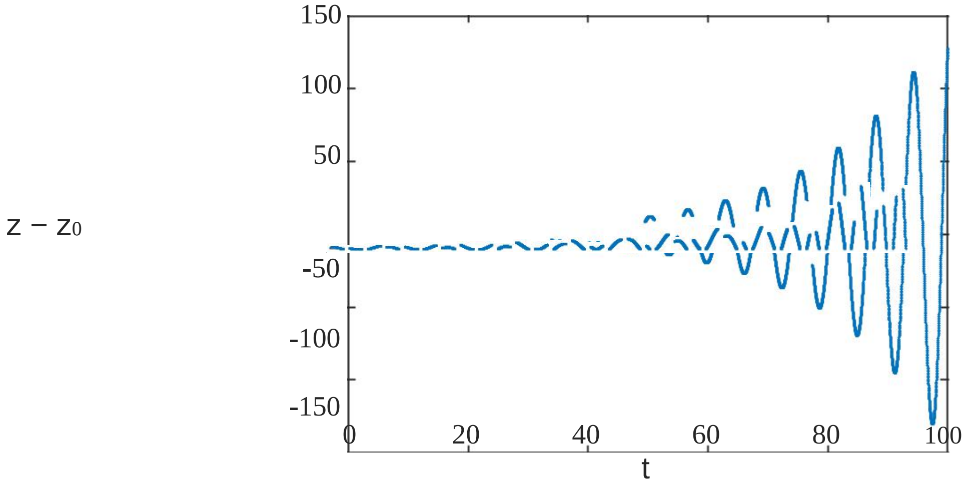


FIGURE 2.9 – Amplitude adimensionnée par l'amplitude initiale des oscillations en fonction du temps par pour $\omega = 1$ rad.s^{-1} et $\tau = 10$ s.

$$\tau_i = \frac{2M}{\rho c U_0 \frac{\partial c_z}{\partial \alpha}\Big|_{\alpha_0}} \tag{2.22}$$

La figure 2.9 montre le comportement de cette oscillation instable.

2.2.2.3 Couplage de modes : instabilité de flottement

Considérons maintenant que l'aile puisse se déformer selon les deux directions précédentes. Cette situation est présentée sur le schéma 2.10c. Les notations sont les mêmes que dans la section précédente. La distance entre le centre de gravité G_m et le centre élastique est notée p. Le système régissant le mouvement de ce système sans écoulement est :

$$\begin{cases} M(\ddot z - p\ddot\alpha) = -kz \\ J\ddot\alpha = -C_t\alpha - (kz)p \end{cases} \tag{2.23}$$

Dans le cas d'un pont profilé, la force de portance par unité de longueur peut s'écrire :

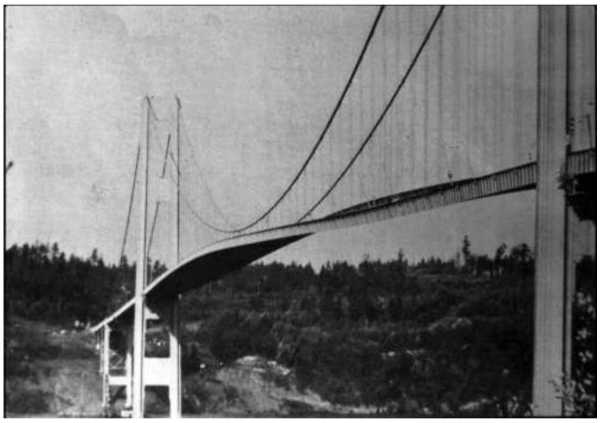
$$F_L = \frac{1}{2}\rho c U_0^2 (2\pi\alpha) \tag{2.24}$$

Le système couplé devient alors :

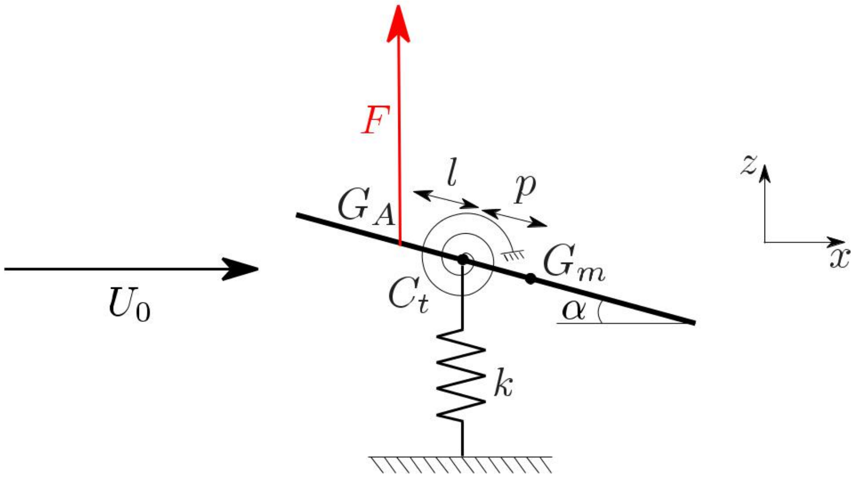
$$M(\ddot z - p\ddot\alpha) + kz = \frac{1}{2}\rho c U_0^2 2\pi\alpha \quad - \quad kpz \tag{2.25}$$



(a) Planeur sujet à une instabilité de flottement.



(b) Instabilité de flottement sur le pont de Tacoma et responsable de sa destruction.



(c) Schéma d'un dispositif sujet à l'instabilité de flottement

FIGURE 2.10 – Systèmes pouvant rentrer en instabilité de flottement et schéma de ces dispositifs.

En posant :

$$k = \frac{\rho U_0^2 c^2}{2C_t}$$

$$C_Y = \quad C_t \quad Z \quad kc^2 \quad c$$

$$Z = \quad r \quad C \quad kJ \qquad (2.26)$$

$$T =$$

$$\Omega = \quad r \quad C_t M$$

le système se réécrit :

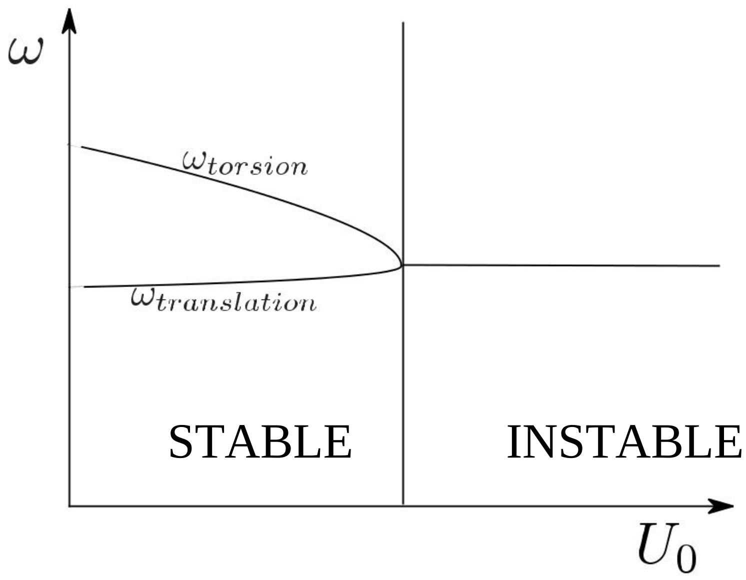
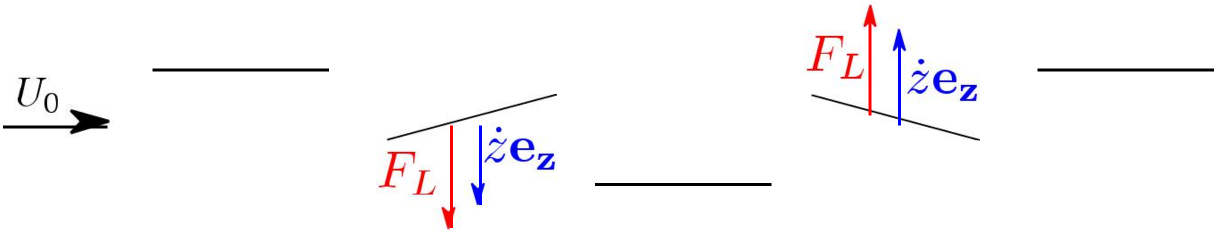


FIGURE 2.11 – Comportement schématique des pulsations des mouvements de translation et torsion en fonction de la vitesse.

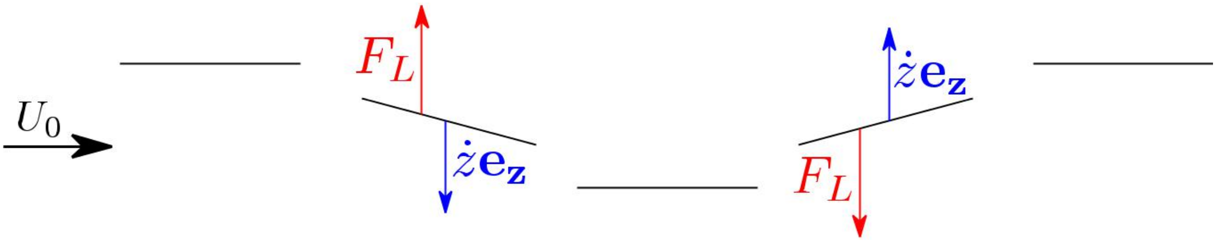
$$\left(\ddot{Z} - \frac{p}{c}\ddot{\alpha}\right) + \Omega^2 Z = \frac{2\pi\Omega^2 C_Y}{K}\alpha$$
$$\ddot{\alpha} + \left(1 - 2\pi C_Y \frac{p+l}{K}\right)\alpha = -\frac{p}{K} Z \qquad (2.27)$$

La pulsation du mode de translation n'est pas modifiée par l'écoulement. Par contre, si le centre de masse de la section de l'aile est placée en aval du centre de poussée aérodynamique (p+l > 0), la pulsation du mode de torsion décroit quand la vitesse de l'écoulement augmente. Si le centre de masse est placée en aval du centre de torsion [65] (p > 0), un comportement instable peut apparaitre lorsque les fréquences du mode de torsion et du mode de flexion sont proches. Dans ce cas, les deux modes oscillent à la même fréquence. Ce comportement est explicité sur la figure 2.11. Les modes propres du systèmes dans cette situation sont schématisés sur la figure 2.12.

Le mode présenté dans la figure 2.12a est instable car la vitesse du mode de translation est dans le même sens que la force aérodynamique. Dans ce cas, la puissance de la force aérodynamique reçue par l'aile est positive ($F_L.\dot{z}\,e_z = P > 0$) et le mouvement gagne en amplitude à chaque cycle jusqu'à causer des dommages irréversibles à la structure (figure 2.13). L'autre mode propre (figure 2.12b) est lui aussi intéressant : le déplacement de l'aile est dans le sens opposé à la force aérodynamique. Cela veut dire que l'aile donne de l'énergie à l'écoulement ; c'est la méthode utilisée par certains animaux marins (thons, baleines...) pour se déplacer [66], [67].



(a) Mode instable : $P = F_L.\dot{z}e_Z > 0$.



(b) Mode stable : $P = F_L.\dot{z}e_Z < 0$.

FIGURE 2.12 – Représentation des deux modes propres de l'aile.

FIGURE

2.13 – Exemples d'instabilité de flottement.

2.3 Dispositif expérimental

2.3.1 Soufflerie

Pour étudier le vol des cerf-volants, deux options sont possibles : l'étude du vol d'un système de taille réelle, ou celle d'un modèle réduit en soufflerie. Une étude à taille réelle permet de se placer directement en conditions réalistes mais impose l'utilisation d'un cerf-volant de plusieurs mètres carrés [68], [69], [70]. De plus, à cause des dimensions du cerf-volant, l'étude de son vol doit se faire dans une très grande soufflerie ou en extérieur, où le vent et de nombreux autres paramètres ne sont pas contrôlables. De plus, l'étude paramétrique de la forme des cerf-volants devient rapidement coûteuse. C'est pourquoi nous nous orientons vers la seconde solution : l'étude du vol de modèles réduits en soufflerie. Les contraintes liées à l'étude en modèle réduit sont aussi multiples. Premièrement, l'intégralité du dispositif (cerf-volant+suspentes) doit être dans la veine de la soufflerie. Deuxièmement, la soufflerie doit pouvoir fonctionner dans les locaux du LadHyX. La contrainte la plus importante réside dans le fait que le cerf-volant doit

pouvoir être manipulé en vol. A partir de ces contraintes, nous avons construit une soufflerie de type souffleur plutôt qu'une soufflerie classique. En effet, un souffleur demande une zone d'installation beaucoup moins longue et la sortie de la veine est accessible. Ce type de soufflerie a pour inconvénient de créer un flux d'air moins uniforme et plus turbulent. Cependant, le but de notre étude n'est pas de tester précisément un

profil de cerf-volant mais d’avoir acc`es au comportement g´en´eral du vol ainsi qu’`a sa stabilit
´e.

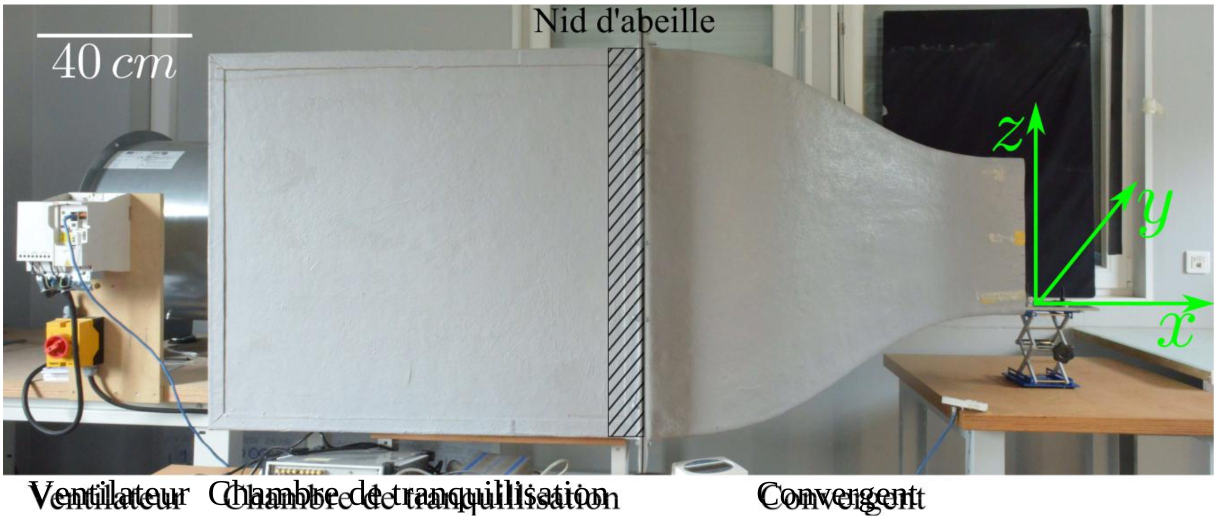


FIGURE 2.14 – Vue d'ensemble de la soufflerie de type « souffleur ».

Nous avons ainsi construit une soufflerie de trois mètres de long qui nous permet de travailler avec des cerf-volants mesurant quelques centimètres avec des suspentes de quelques dizaines de centimètres. Cette soufflerie est présentée sur la figure 2.14.

Un souffleur se compose de trois parties : un ventilateur, une chambre de tranquillisation et un convergent (figure 2.14) dont je détaille les caractéristiques.

2.3.1.1 Ventilateur

Pour déterminer la plage de vitesses nécessaire, nous considérons qu'à faible vitesse, la force aérodynamique doit être de l'ordre du poids du cerf-volant (typiquement de masse $M_k \approx 0.3$ g, d'envergure $s \approx 10$ cm, de surface $A \approx 20$ cm^3 et de rigidité $EI \approx 10^{-3}$ Pa.m^4) soit :

$$U_{min} = \sqrt{\frac{2 M_k g}{\rho_{air} A}} \approx 1 \text{ m.s}^{-1} \tag{2.28}$$

La vitesse maximale de la soufflerie doit être suffisante pour que la force aérodynamique soit grande devant la rigidité du cerf-volant car nous voulons nous placer dans une situation réaliste :

$$U_{max} = \sqrt{\frac{EIs^2}{\rho_{air} A^2}} \approx 20 \text{ m.s}^{-1} \tag{2.29}$$

La plage de vitesses choisie pour la soufflerie est ainsi de 1 m.s^{-1} à 25 m.s^{-1}.

Pour avoir acc`es a` cette plage de vitesses, nous avons choisi un ventilateur axial de marque Axalu de diam`etre 0.55 m et de puissance 4.5 kW. Son d´ebit maximal est de 5 $m^3.s^{-1}$ et la pression statique maximale est de 700 Pa.

2.3.1.2 Chambre de tranquillisation

La chambre de tranquillisation a pour rˆole de limiter la turbulence pr´esente en sortie de ventilateur et d’uniformiser la pression avant l’entr´ee dans le convergent. Plus ses dimensions sont importantes, plus elle est efficace. La chambre de tranquillisation mesure ici 1 m de longueur et poss`ede une section transverse de dimensions 0.85 m×1.20 m. En sortie de la chambre de tranquillisation, on place un nid d’abeille en aluminium de 50 mm d’´epaisseur avec des alv´eoles de 6 mm pour ´eliminer la vorticit´e induite par le ventilateur. Sur le nid d’abeille, on positionne aussi du grillage m´etallique fin qui permet d’uniformiser le flux d’air.

2.3.1.3 Convergent

Le convergent a pour rˆole d’acc´el´erer l’air et de diminuer l’´epaisseur des couches limites. Le profil du convergent est un polynˆome de degr´ 5 garantissant des conditions de d´eriv´ee premi`ere et seconde nulles a` l’entr´ee et a` la sortie. Ces conditions permettent d’am´eliorer l’uniformit´e de l’´ecoulement et d’´eviter le d´etachement des couches limites [71], [72], [73]. Le convergent mesure ici 1 m de long et la sortie est de section carr´ee 0.4 m ×0.4 m.

2.3.1.4 Calibration

Apr`es la pose du nid d’abeille, il est n´ecessaire d’y placer du grillage « strat´egiquement » pour uniformiser la vitesse du flux d’air. C’est d’autant plus important sur cette soufflerie que la chambre de tranquillisation n’est pas carr´ee alors que la veine l’est. Un exemple de profil de vitesse est donn´e sur la figure 2.15. Les ´ecarts relatifs de vitesse dans la veine restent inf´erieurs `a 3% dans la plage de vitesse utilis´ee exp´erimentalement ($2 - 10$ $m.s^{-1}$). La couche limite mesure environ 3 cm d’´epaisseur `a 10 cm de la sortie de la veine.

Un deuxi`eme point a` caract´eriser est le taux de turbulence de la soufflerie. Pour cela on utilise un fil chaud simple. Le fil chaud est calibr´e a` partir des donn´ees r´ecup´er´ees par un tube de pitot. Pour relier la tension renvoy´ee par le fil chaud et la vitesse de l’´ecoulement, on utilise la loi empirique $E^2 - A = BU^n$ o`u A, B, et n sont d´etermin´es exp ´erimentalement [74]. Les r´esultats sont donn´es dans la figure 2.16. Les mesures exp ´erimentales donnent comme constantes pour le mod`ele :

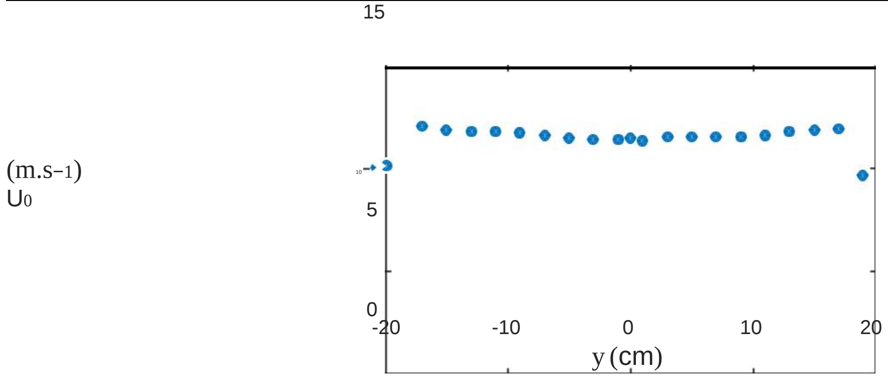


FIGURE 2.15 – Profil de vitesse à mi-hauteur de la veine (z = 20 cm) pour une fréquence moteur de 20 Hz et une distance x = 10 cm de la sortie de la veine.

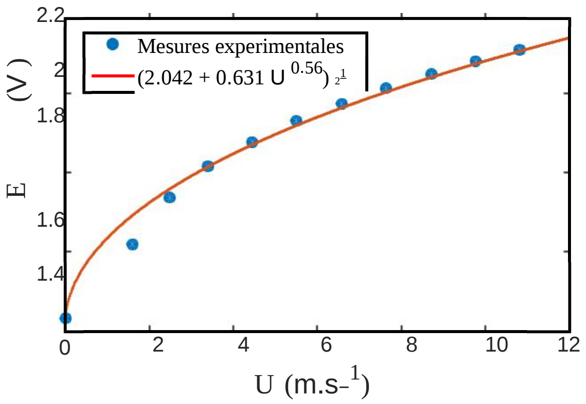


FIGURE 2.16 – Calibration du fil chaud : correspondance entre la tension aux bornes du fil chaud et la vitesse de l'écoulement. La ligne pleine est le modèle qui sera utilisé pour mesurer le taux de turbulence.

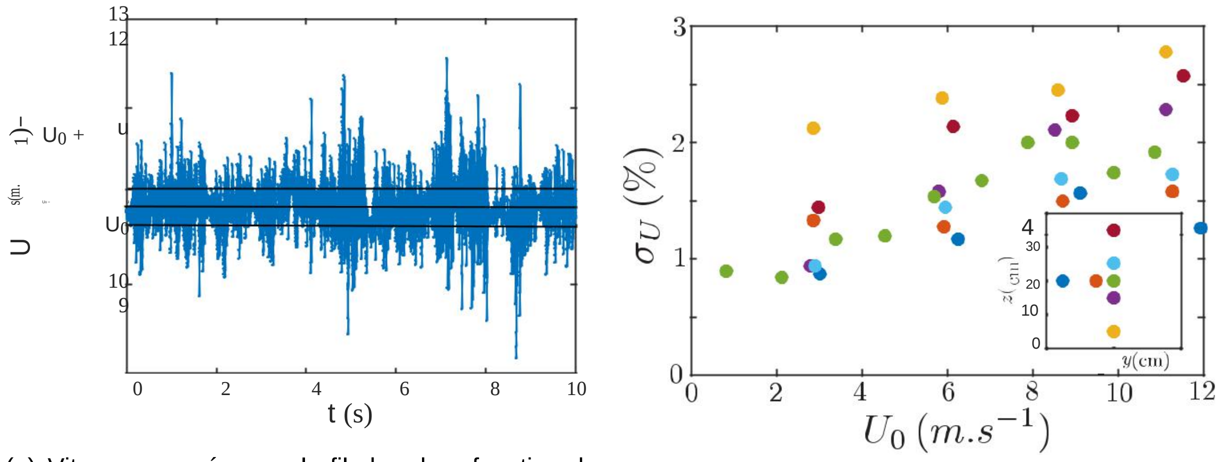
$$
\begin{aligned}
A &= 2.042\ V^2 \\
B &= 0.631\ V^2.m^{-n}.s^n \\
n &= 0.56
\end{aligned}
\tag{2.30}
$$

Une fois le fil chaud calibré, on mesure le taux de turbulence en différents points de la soufflerie pour différentes vitesses. Le taux de turbulence σ_U est le rapport entre l'écart type de la fluctuation de la vitesse u et la vitesse moyenne U_0. Il s'écrit :

$$
\sigma_U = \frac{\sqrt{< U^2 >_t - U_0^2}}{U_0}
\tag{2.31}
$$

avec $< U^2 >_t$ la moyenne temporelle de U^2.

Une mesure de la vitesse en fonction du temps est présentée sur la figure 2.17a. Les résultats des mesures de taux de turbulence à différentes vitesses et en différents points de la soufflerie sont



(a) Vitesse mesur´ee par le fil chaud en fonction du temps. La vitesse moyenne vaut U_0 = 10.88 m.s^{-1}, l'´ecart type de la vitesse vaut u = 0.2 m.s^{-1}. Cela correspond a` un taux de turbulence de 1.9%.

(b) Taux de turbulence en fonction de la vitesse en diff´erents points de la veine a` x = 10 cm de la sortie de la veine. L'insert repr´esente la position des points de mesure dans le plan yOz.

FIGURE 2.17 – Caract´erisation du profil de vitesse en sortie de soufflerie.

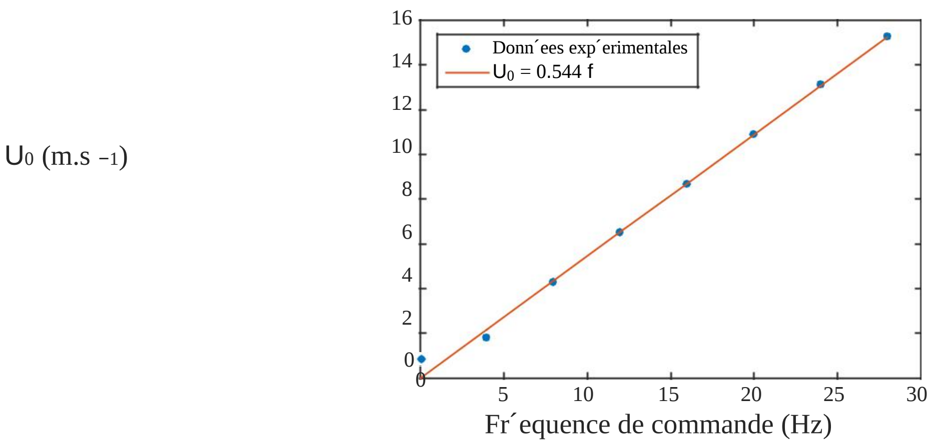
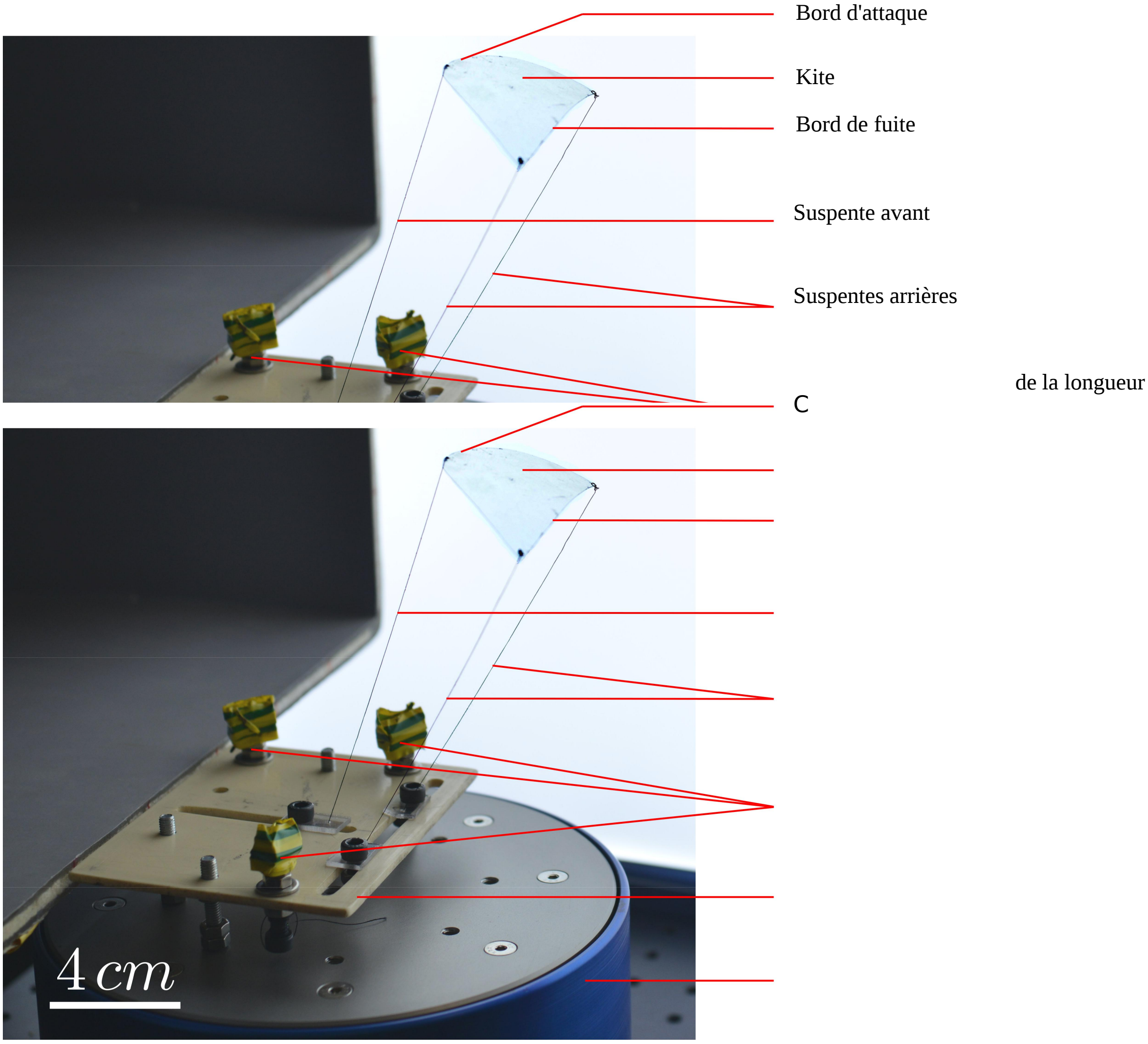


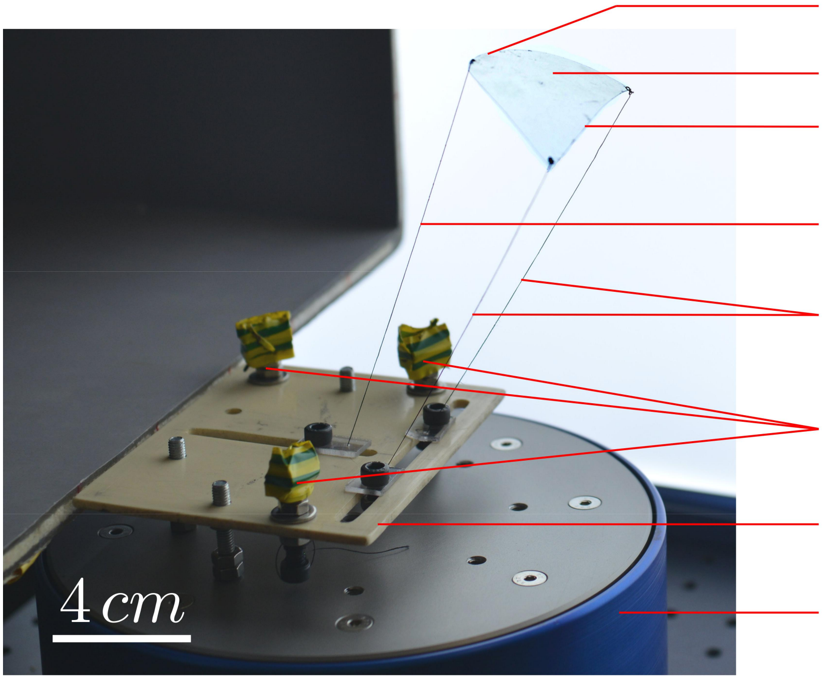
FIGURE 2.18 – Vitesse de l'´ecoulement a` x = 10 cm en sortie de la veine et en son centre (y = 0 cm, z = 20 cm) en fonction de la fr´equence de commande de la soufflerie.

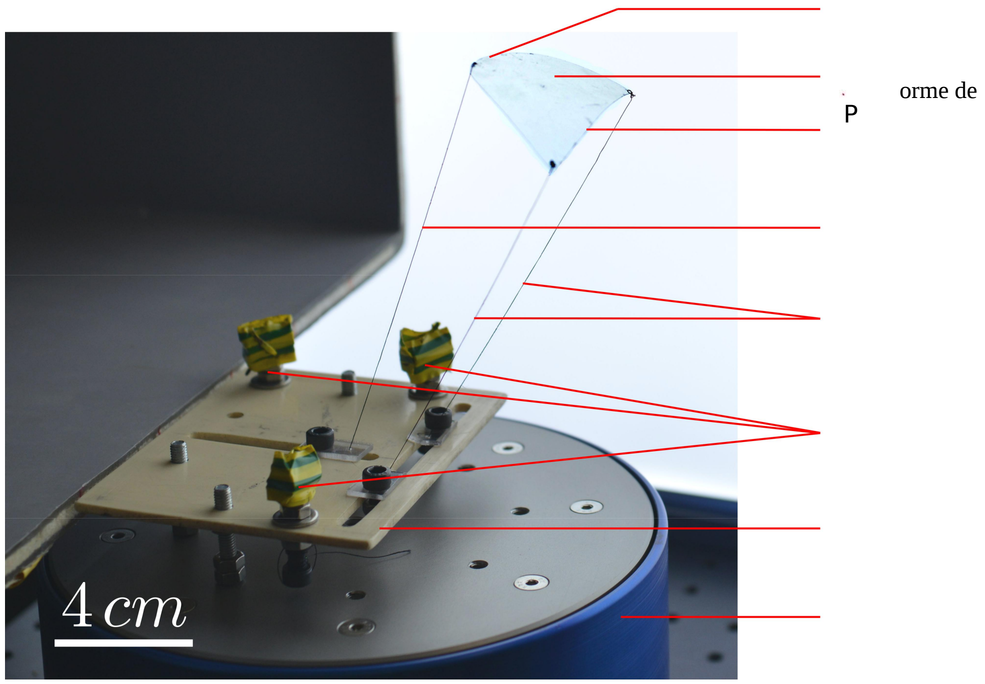
donn´es figure 2.17b. Le taux de turbulence augmente l´eg`erement avec la vitesse et est l´eg`erement plus elev´ sur le haut et le bas de la soufflerie. Il reste cependant toujours inf´erieur a` 3%.

La vitesse de l'´ecoulement U_0 n'est pas un param`etre directement r´eglable sur le moteur de la soufflerie dont on fixe la fr´equence de rotation f . Comme le montre la figure 2.18, Ces deux param`etres sont cependant li´es par la relation lin´eaire U_0 (m.s^{-1})= 0.544 f (Hz)±0.2 m.s^{-1}.


Bord d'attaque
Kite
Bord de fuite
Suspente avant
Suspentes arrières
de la longueur
C
4 cm

d




4 cm
orme de
P

e

C

d
e ¤

FIGURE 2.19 – Vue du cerf-volant de type 2 (tableau 2.2) en vol sur sa plateforme de pilo-tage. Celle-ci est fix´ee par trois vis au capteur de forces. La longueur de chaque suspente peut ˆetre r´egl´ee ind´ependament. Les ´ecartements entre les suspentes sont r´eglables pr´ecisement en d´epla¸cant les points de sorties des suspentes sur la plateforme.

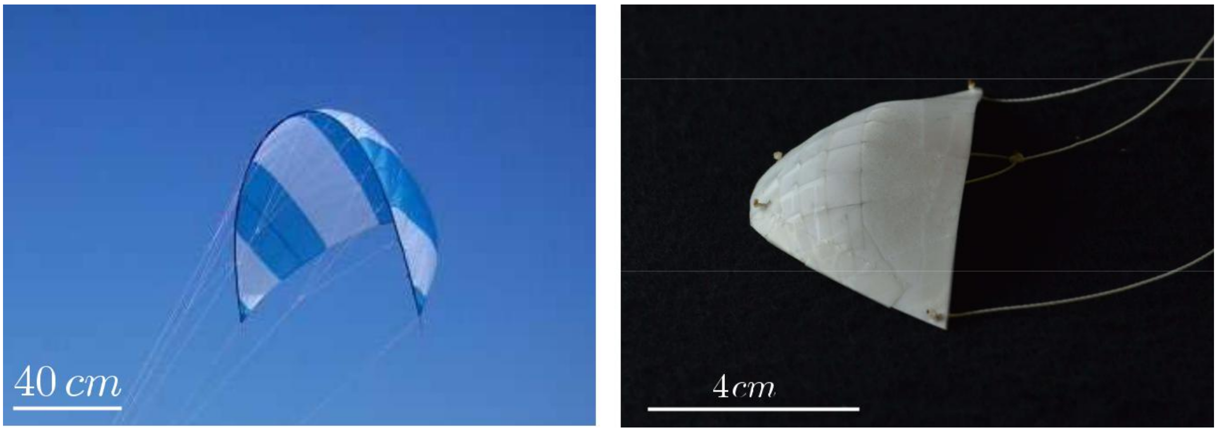
2.3.2 Syst`eme de mesure

2.3.2.1 Capteur de force

Les mesures d’efforts se font avec une balance six axes (trois axes de force et trois axes de moment) de marque Sixaxes. La pleine ´echelle est 5 N pour les forces et 0.5 $N.m^{-1}$ pour les moments. La plateforme de r´eglage, mont´ee sur la balance est pr´esent´ee sur la figure 2.19. Elle permet de r´egler l’´ecartement et la longueur des suspentes.

2.3.2.2 Cam´eras

Les exp´eriences sont toutes film´ees avec une cam´era rapide mod`ele Photron SA3. Les fr ´equences d’acquisition utilis´ees varient entre 50 et 500 images/seconde suivant les vitesses de l’´ecoulement et la taille des cerf-volants.



(a) Cerf-volant r´eel fabriqu´e dans le but d'ˆetre stable dans des conditions vari´ees. La structure est maintenue par une tige en carbone. Le profil tridimensionnel est maintenu par des coutures et est gonfl´e par l'´ecoulement.

(b) Mod`ele r´eduit du cerf-volant r´eel. Le profil tri-dimentionnel est cr´e´ en coupant et en recollant le cerf-volant sur lui mˆeme.

Figure 2.20 – Comparaison entre le cerf-volant r´eel et le mod`ele

2.3.3 Cerf-volant

2.3.3.1 Aile

Les premiers essais ont et´ faits avec un cerf-volant de 8 cm d'envergure (figure 2.20b) reproduisant fid`element un des cerf-volants utilis´es par Beyond the Sea (figure 2.20a). La courbure impos´ee le long de la corde lui donne des propri´et´es int´eressantes, proches d'un cerf-volant r ´eel, mais sa r´ealisation est trop compliqu´ee pour envisager des changements d'´echelle. Nous orientons donc la forme des cerf-volants vers des profils plats le long de la corde.

Les deux contraintes principales dans le choix de notre cerf-volant exp´erimental sont de poss´eder trois points de fixation simples et un profil qui reste plat dans l'axe de la corde. Ce param`etre est capital car une aile qui se courbe le long de sa corde aura un profil variable et donc une polaire qui d ´ependra beaucoup de la vitesse de l'´ecoulement. Une courbure sur l'axe du bord de fuite est moins gˆenante car elle n'affecte pas le profil et donc a peu d'impact sur la polaire de vol du cerf-volant. Cette condition exclut directement les ailes triangulaires dont la rigidit´e a` l'avant est trop faible et qui se courbent selon leur corde pour des vitesses de vent tr`es faibles (typiquement
3 $m.s^{-1}$). Un cerf-volant parabolique, en revanche, maintient un profil plat pour une plage de vitesse relativement large (jusqu'`a 10 $m.s^{-1}$). Cette forme ´etant tr`es simple et respectant notre cahier des charges, nous l'utilisons pour la majorit´e de nos exp´eriences. La forme des cerf-volants utilis´es est pr´esent´ee sur la figure 2.21. Le bord d'attaque suit l'´equation :

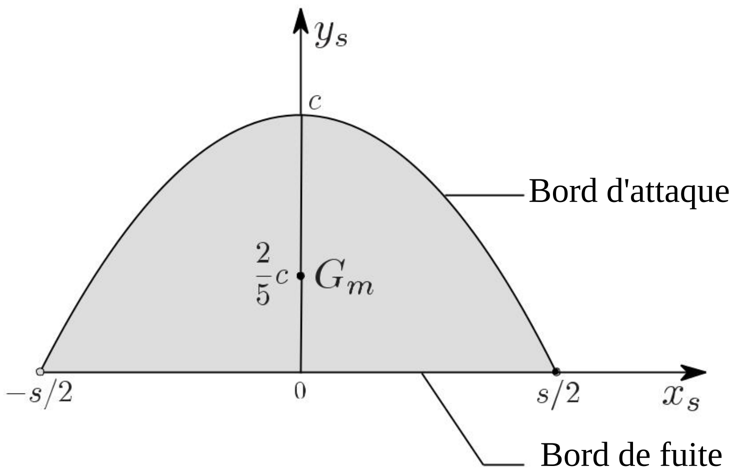


FIGURE 2.21 – Forme du kite utilisé dans les expériences.

$$y_s(x_s) = c\left(1 - \left(\frac{x_s}{s/2}\right)^2\right) \tag{2.32}$$

Le centre de masse G_m de ces cerf-volants est situé aux 2/5 de la corde en partant du bord de fuite.

Les caractéristiques des différents cerf-volants utilisés sont présentées dans le tableau 2.2. Les trois cerf-volants ont la même forme (parabolique avec $s = 2c$). Le cerf-volant de type 3 est chronologiquement le premier à avoir été utilisé. Il est en papier et a donc pour avantage d’être facilement reproductible et facilement visible à la caméra. Cependant, sa rigidité n’est pas suffisante pour des vents forts. En effet, pour des vents de plus de 10 $m.s^{-1}$, il se courbe le long de sa corde et change donc de propriété aérodynamiques. De plus, il s’use beaucoup plus vite (les crashs répétés marquent des plis qui affectent beaucoup son vol). Pour des mesures plus facilement répétables nous avons utilisés des cerf-volants en film transparent (polyester), plus rigides et avec des propriétés plus durables. Le cerf-volant de type 2 a une aire deux fois plus importante que le cerf-volant de type 1. Cela a permit de faire varier le rapport entre la rigidité du cerf-volant et les forces aérodynamiques.

2.3.3.2 Fixation

Par choix, les cerf-volants utilisés dans les expériences ont un système d’attache proche des cerf-volants faits pour la pratique sportive. Ils possèdent un système relativement rigide fixé au sol par trois suspentes : une suspente centrale fixée à l’avant du cerf-volant qui récupère la majorité de la traction et deux suspentes fixées à l’arrière qui permettent de contrôler l’incidence et la position en l’air du cerf-volant.

	Cerf-volant 1	Cerf-volant 2	Cerf-volant 3
Forme	Parabolique	Parabolique	Parabolique
Matériaux	Polyester	Polyester	Papier
Corde c (mm)	40	56	40
Envergure s (mm)	80	112	80
Epaisseur e (mm)	0.11	0.11	0.1
Masse M_K (g)	0.35	0.7	0.25
Module d'Young E (GPa)	5	5	2
Surface A (cm^2)	21	42	21

TABLE 2.2 – Caractéristiques des cerf-volants utilisés

Mon expérience des cerf-volants réels ainsi que les discussions avec Yves Parler montre que la position des fixations du cerf-volant au sol est un paramètre crucial dans le comportement de l'aile en vol. C'est pourquoi on utilise une plateforme de pilotage (figure 2.19) avec un système de fixation réglable dont la configuration peut être modifiée facilement lorsque le cerf-volant est en vol

2.4 Notations et conventions

2.4.1 Notations

Les notations utilis´ees dans ce chapitre sont pr´esent´ees ci-dessous et explicit´ees dans les sch´emas de la figure 2.22.

2.4.1.1 Param`etres ext´erieurs

Les param`etres ext´erieurs sont pr´esent´es dans la figure 2.22a

U_0 vitesse de l'´ecoulement
Ox axe parall`ele au vent, dirig´e dans le sens du vent
Oy axe horizontal perpendiculaire au vent, dirig´e tel que xOy > 0
Oz axe vertical dirig´e vers le haut **d**

2.4.1.2 Caract´eristiques du cerf-volant

Le sch´ema explicatif du cerf-volant est donn´e dans la figure 2.22b.

s	envergure du cerf-volant
c	corde du cerf-volant
M_K	masse du cerf-volant
J_x, J_y , J_z	moments d'inertie du cerf-volant pour des rotations autour des axes Ox, Oy et Oz
K_a, K_g et K_d	points d'attache des suspentes avant, arri`ere gauche et arri`ere droite sur le cerf-volant.

2.4.1.3 Points particuliers

Les points particuliers sont donn´es dans la figure 2.22c.

O_a, O_g et O_d	points d'attache des suspentes avant, arri`ere gauche et arri`ere droite sur la plateforme de pilotage
O	origine des coordonn´ees, d´efini comme le milieu du segment reliant O_a et le milieu de O_gO_d.
G	milieu du segment reliant K_a au milieu de K_g K_d. Point approximatif d'application des forces a´erodynamiques.

2.4.1.4 Paramètres de pilotage

Les paramètres de pilotage sont explicités dans la figure 2.22c.

x	écart entre la fixation de la suspente avant au sol et la ligne formée par les points de fixations des suspentes arrières mesur´ au niveau du sol
y	écart entre les suspentes arrières mesur´ au niveau du sol
L_a, L_g, L_d	longueurs respectives des suspentes avant, arrière gauche et arrière droite

2.4.1.5 Forces

Les points d'applications des forces et leur direction sont explicités sur la figure 2.22c.

F	force aérodynamique
F_L	force de portance, composante de la force aérodynamique perpendiculaire au vent
F_D	force de traînée, composante parallèle au vent de la force aérodynamique
T_a, T_g, T_d	tensions dans les suspentes avant, arrière gauche et arrière droite

2.4.1.6 Paramètres de position

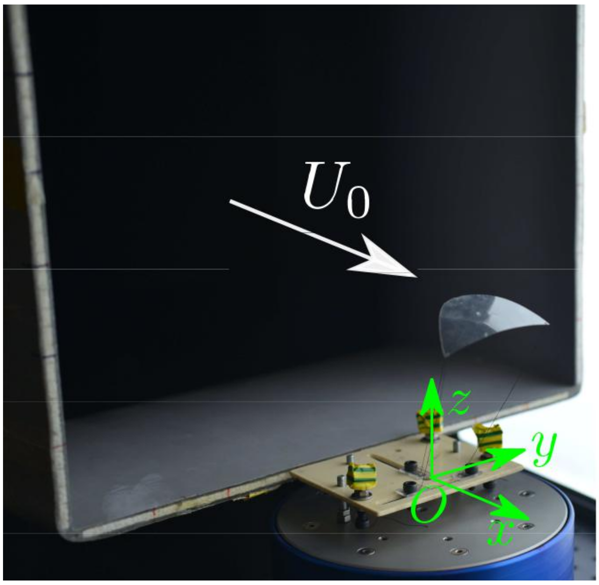
Les paramètres de position sont explicités sur la figure 2.23a et détaillées pour chaque plan de projection sur la figure 2.23.

L, φ, ψ	position du point G en coordonnées sphériques dans le repère Oxyz d'axe de révolution Ox. L est la distance OG. φ est la latitude ou grand tangage. ψ est l'angle de grand roulis défini comme $\psi = \text{longitude} - \frac{\pi}{2}$
φ_i, ψ_i	angles de la suspente i définis de la même manière que φ et ψ avec pour origine le point O_i
χ, α, β	angles de lacet, tangage et roulis du cerf-volant. α est assimilé à l'angle d'incidence du cerf-volant

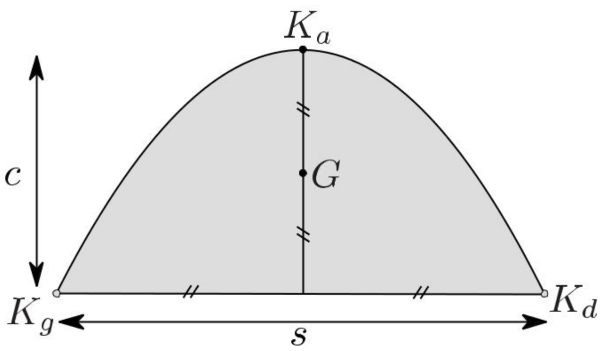
Remarque : il est très important de bien différencier le roulis du grand roulis et le tangage du grand tangage. Le grand roulis et le grand tangage désignent la position du centre de masse du cerf-volant. Le roulis et le tangage désignent l'inclinaison du cerf-volant autour de son centre de masse.

2.4.2 Conventions

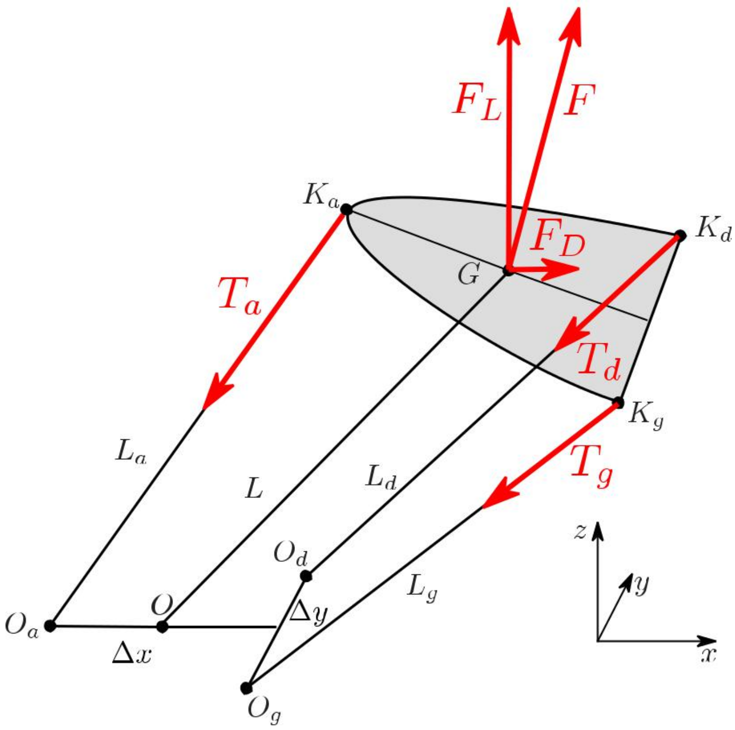
Pour des raisons de simplicit´e et de lisibilit´e des sch´emas et des photos, nous adopterons toujours la mˆeme convention pour la direction du vent :



(a) Vue globale de l'exp´erience.



(b) Sch´ema et param`etres du cerf-volant.

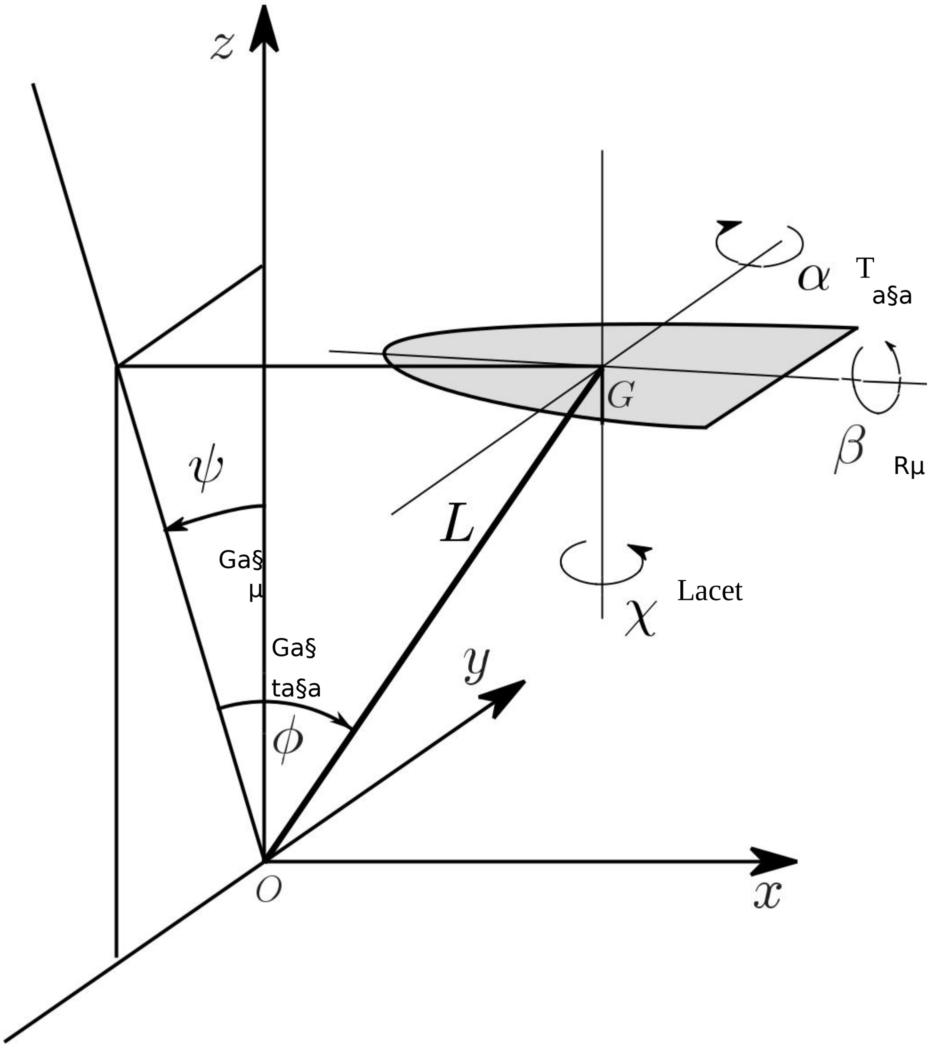


(c) Sch´ema du cerf-volant pr´esentant les points particuliers, lon-gueurs des diff´erents el´ements et les forces.

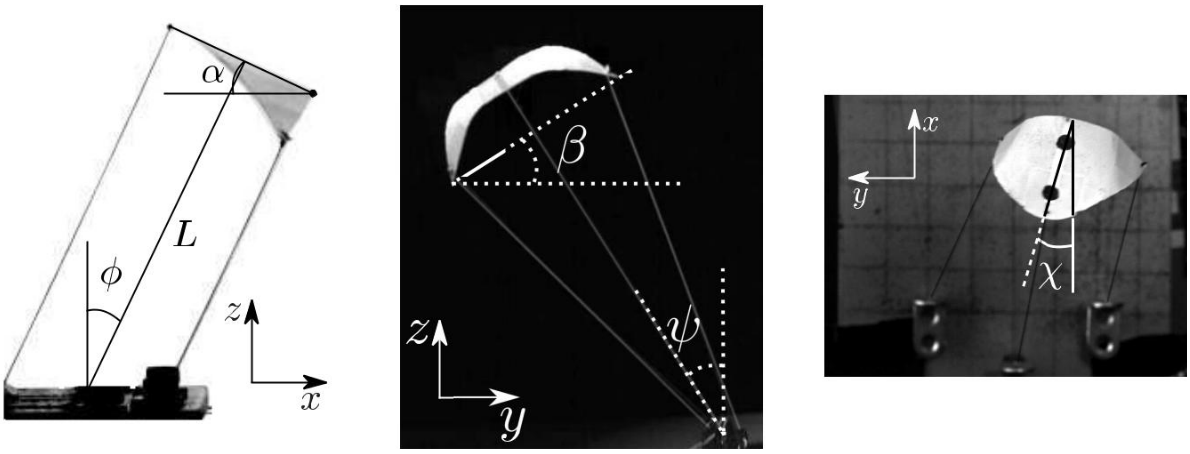
FIGURE 2.22 – Sch´emas explicatifs des diff´erents param`etres et notations utilis´es.

— Quand le cerf-volant est vu de profil (plan xOz), le vent va toujours de la gauche vers la droite, dans le sens des x positifs.

— Quand le cerf-volant est vu de dos (plan yOz), le vent vient toujours vers l'observateur, dans le sens des x positifs.



(a) Sch´ema simplifi´e du cerf-volant (sans les suspentes) pr´esentant les angles consid´er´es dans l’´etude.



(b) Vue de cot´e. (c) Vue de derri`ere. (d) Vue du dessus.

FIGURE 2.23 – Pr´esentation des param`etres de position du cerf-volant.

— Quand le cerf-volant est vu du dessus (plan xOy), le vent va du bas vers le haut, dans le sens des x positifs.

Sauf mention contraire, les suspentes arri`eres seront toujours fix´ees de mˆeme longueur not´ee L_g. Quand L_g et L_d ne sont pas de la mˆeme longueur, le cerf-volant penche du cot´e de la suspente la plus courte. Pour s’assurer que les suspentes on la mˆeme longueur, on v ´erifie que le dispositif est bien sym´etrique par rapport au plan xOz.

2.4.3 Mesure exp´erimentale des angles et des longueurs

Certains param`etres de l’exp´erience ne sont pas mesurables in situ. Il faut souvent passer par la vid´eo pour y avoir acc`es. Les param`etres mesur´es directement sont les ´ecartements des suspentes au sol (Δx et y) ainsi que la longueur de la suspente avant L_a.

La longueur des suspentes arri`eres $L_g$ est mesurable directement sur l’exp´erience, mais c’est un param`etre de r´eglage fin qui doit souvent ˆetre ajust´e au cours de l’exp´erience. Il est donc toujours mesur´ `a la vid´eo en compl´ement de la mesure initiale.

Tous les angles sont mesur´es a` partir d’images vid´eos de la cam´era rapide. Pour mesurer un angle d’´equilibre, nous d´eterminons la position moyenne du cerf-volant sur un temps long devant la p´eriode de ses oscillations et nous consid´erons cette position moyenne comme la position d’´equilibre.

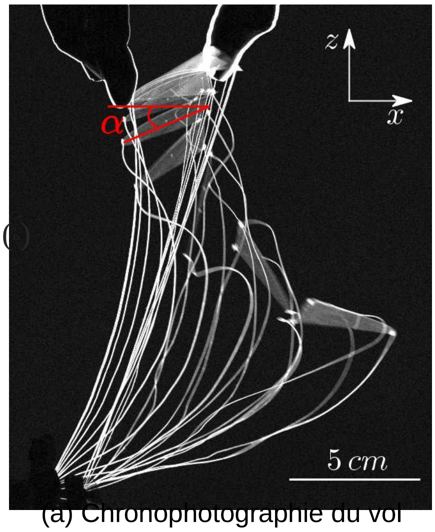
2.5 Expériences préliminaires

2.5.1 Vers une définition adaptée de la stabilité

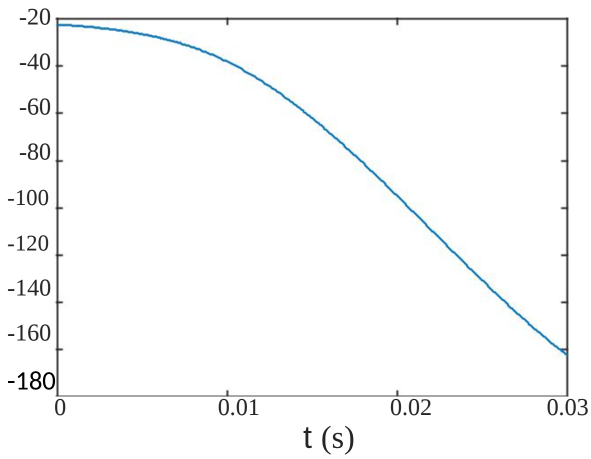
L'expérience la plus simple consiste à fixer une configuration (L_a, $L_g = L_d$, x, y et U_0) et de tester si le cerf-volant vole. Nous considérons que le cerf-volant vole lorsque toutes les suspentes sont tendues et que le cerf-volant effectue plus d'une oscillation avant de tomber. Nous constatons rapidement que dans la majorité des cas, le cerf-volant ne vole pas ou vole pendant un temps très court. Dans ce cas, la physionomie du crash peut varier énormément. Nous allons distinguer ces différents cas par le temps caractéristique τ_c que le cerf-volant passe en vol avec ses suspentes tendues.

2.5.1.1 Incidence négative : $\tau_c \approx c/U_0$

Lorsque le cerf-volant est positionné en vol avec une incidence négative ($\alpha < 0$), la suspente avant se détend instantanément et le cerf-volant se retourne. C'est ce qui se produit sur la figure 2.24 où la suspente avant est trop courte, et ne permet pas au système de trouver une position stable. Le retournement du cerf-volant a lieu sur un temps de l'ordre du temps de passage de l'écoulement sur la corde du cerf-volant ($\tau_c \approx c/U_0 \approx 20$ ms figure 2.24).



(a) Chronophotographie du vol

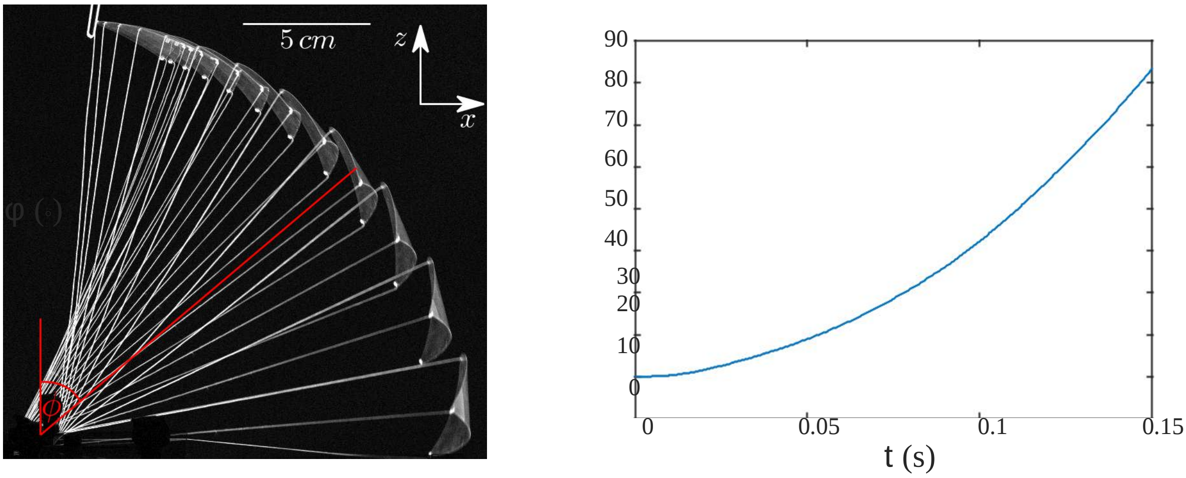


(b) Evolution temporelle de l'angle d'incidence

FIGURE 2.24 – Chronophotographie du crash du cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) quand il atteint une incidence négative pour un vent de 5 $m.s^{-1}$.

2.5.1.2 Instabilité géométrique : $\tau_c \approx L_a/U_0$

Dans certains cas, comme par exemple si l'on choisit $x < 0$, c'est à dire lorsque la suspente avant du cerf-volant est fixée au sol en aval des suspentes arrières, le cerf-volant peut rapidement



(a) Chronophotographie du vol

(b) Evolution temporelle de l'angle de grand tangage

FIGURE 2.25 – Chronophotographie du crash du cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) quand il est dans une configuration g´eom´etrique d´efavorable (ici $x < 0$) pour une vitesse de vent de 5 $m.s^{-1}$.

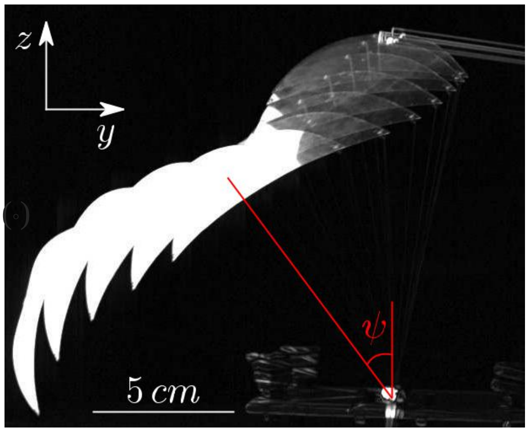
tomber au sol. Nous pouvons observer ce crash sur la figure 2.25. Les suspentes restent tendues et le cerf-volant est emport´ par l'´ecoulement jusqu'`a tomber au sol. Le temps de crash est de l'ordre du temps que l'´ecoulement met a` emporter le cerf-volant sur la longueur de ses suspentes, soit : $\tau_c \approx L_a/U_0 \approx 0.15$ s.

2.5.1.3 Instabilit´e gravitaire : $\tau_c \approx \sqrt{L_a/g}$

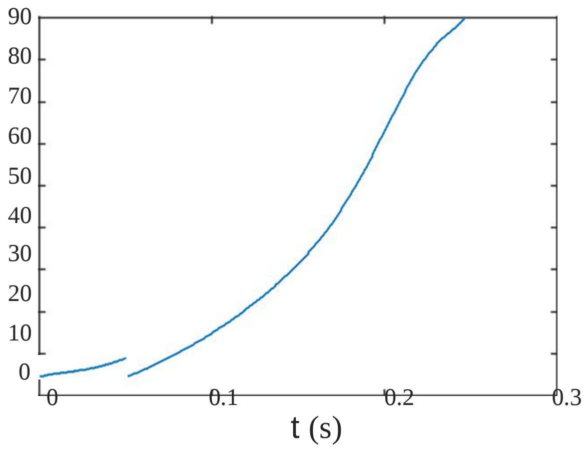
Il arrive que le cerf-volant tombe alors que le vent est suffisant pour emporter une feuille de papier de taille ´equivalente. Dans ce cas, le cerf-volant tombe sur le cot´e sans osciller comme sur la figure 2.26. Ce comportement arrive quand les suspentes arri`eres sont attach´ees tr`es proches l'une de l'autre ($\Delta y \ll s$). Ce temps de chute du cerf-volant est comparable au temps de chute libre $\tau_c \approx \sqrt{L_a/g} \approx 0.25$ s.

2.5.1.4 Instabilit´e a´erodynamique : $\tau_c \gg L_a/U_0$

Dans de nombreux cas, le cerf-volant, plac´e dans une position o`u il semble a` l'´equilibre, oscille avec une amplitude croissante jusqu'`a tomber au sol. Les temps en jeu varient ici entre quelques dixi`emes de seconde et plusieurs secondes. Une chronophotographie d'un de ces vols instables ainsi que l'´evolution temporelle de l'angle de grand roulis associ´e est pr´esent´ sur la figure 2.27. La dur´ee du vol est de plus de $\tau_c \approx 1$ s $\gg L_a/U_0$.

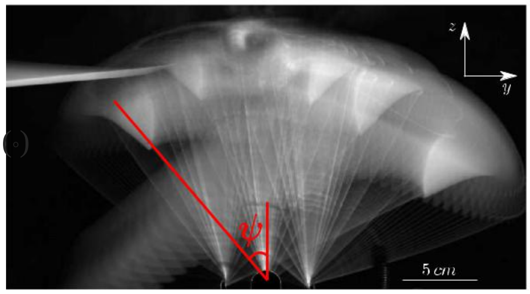


(a) Chronophotographie du vol

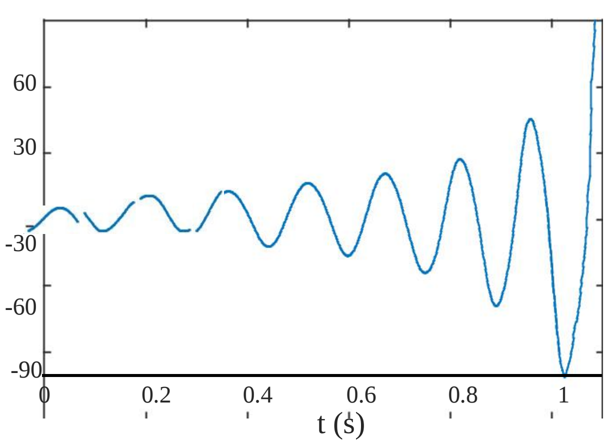


(b) Évolution temporelle de l'angle de grand roulis

FIGURE 2.26 – Chronophotographie du crash du cerf-volant quand il tombe sous l'effet de la gravité (ici y = 0, x = 1.5 cm et L_a = 15 cm) pour une vitesse de vent de 5 $m.s^{-1}$.



(a) Chronophotographie du vol

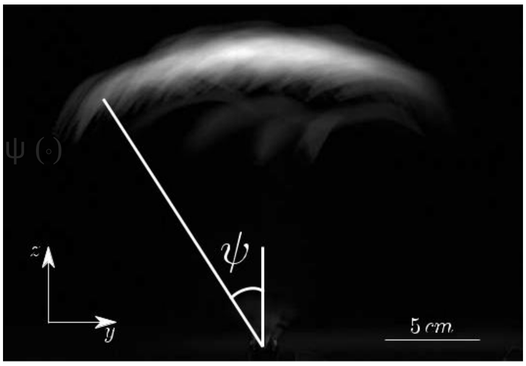


(b) Évolution temporelle de l'angle de grand roulis

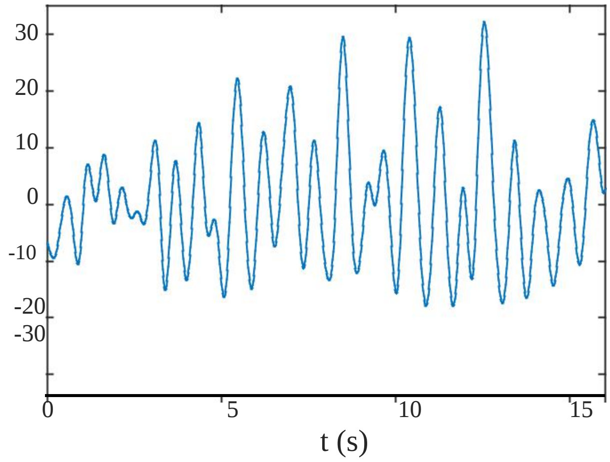
FIGURE 2.27 – Vol et crash d'un cerf-volant après des oscillations de grande amplitude (ici y = 4.5 cm, x = 1.5 cm et L_a = 15 cm) pour une vitesse de vent de 8 $m.s^{-1}$.

2.5.1.5 Vol stable : $\tau_c \longrightarrow \infty$

Avec un peu de chance (et de pratique), il est possible de trouver une configuration où le cerf-volant reste en l'air pendant plusieurs minutes sans tomber au sol. Nous considérerons ces situations comme stables même s'il arrive que le cerf-volant soit sujet à des oscillations de grande amplitude. Un exemple de vol stable est présenté sur la figure 2.28. Le vol stable complètement immobile n'est jamais observé.



(a) Chronophotographie du vol



(b) Évolution temporelle de l'angle de grand roulis

FIGURE 2.28 – Vol du cerf-volant dans une configuratio stable (ici y = 1 cm, x = 1.5 cm et L_a = 20 cm) pour une vitesse de vent de 8 m.s^{-1}.

2.5.2 Conditions n´ecessaires au vol

Deux param`etres sont essentiels pour qu'un cerf-volant puisse voler :

— Le vent doit ˆetre suffisamment fort pour soulever la structure. Il existe ainsi une vitesse minimale de vent pour laquelle la force a´erodynamique compense le poids du cerf-volant et a` partir de laquelle celui-ci peut commencer a` voler. La valeur de cette vitesse minimale U_0^* de vent d´epend directement de la masse et de la forme du cerf-volant.

— Le deuxi`eme facteur est plus compliqu´e a` mettre en ´evidence car il correspond a` la combinaison de diff´erents param`etres g´eom´etriques (longueur des suspentes L_a, L_g = L_d, et points de fixation au sol des suspentes (Δx et y)). Afin de d´eterminer quelles combinaisons sont favorables au vol, nous fixons une vitesse de vent suffisante pour faire voler le cerf-volant ($U_0 > U_0^*$) ainsi que trois des quatre param`etres de contrˆole ($L_a$, x et y). Nous faisons ensuite varier la longueur des suspentes arri`eres L_g.

Le graphe 2.29 montre, pour une vitesse de vent, une longueur de suspente L_a et un ´ecart y donn´e, la plage de L_g telle que le cerf-volant vole ou ne vole pas `a x fix´e. Dans ce graphe, les lignes en pointill´e noirs d´elimitent la zone g´eom´etriquement accessible (marqu´ee en rouge et vert). Ces positions ne permettent en g´en´eral pas au cerf-volant de voler (zone rouge). La ligne reliant "+" correspond `a un angle d'incidence proche de 90° et celle reliant les "×" `a un angle d'incidence proche de z´ero degr´. Ces lignes d´elimitent la zone de vol possible (zone verte). Ces positions extrˆemes (angle d'incidence proche de 0° ou de 90°) ne permettent en g´en´eral pas au cerf-volant de rester « longtemps » en l'air. Par longtemps, on entend le temps de plusieurs dizaines d'oscillations avant de tomber. Il est `a noter que l'angle d'incidence d'´equilibre du cerf-volant varie de 90° alors que $L_g$ varie de 10% pour x = 0 `a 50% pour x = 10 cm. Dans

nos expériences, nous tentons de rester dans la zone où le cerf-volant n'a pas décroché, soit un angle d'incidence inférieur à 20°. La gamme de L_g pour laquelle le cerf-volant respecte cette condition est en général faible devant L_g. Cela signifie qu'une mesure de ce paramètre devra être très précise pour avoir une valeur prédictive sur la position d'équilibre du cerf-volant qu'elle entraine.

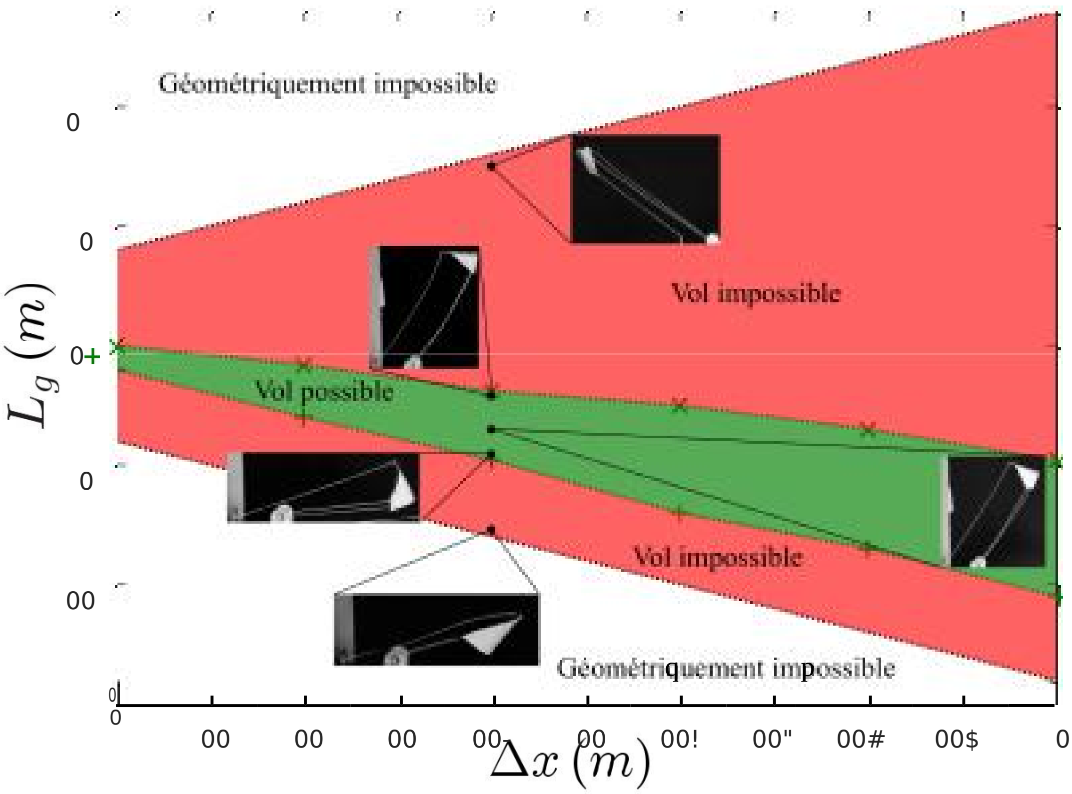


FIGURE 2.29 – Diagramme de stabilité du cerf-volant de type 3 présentant les limites de L_g permettant le vol en fonction de x, pour U = 5 m.s^{-1}, L_a = 0.15 m et y = 20 mm. La zone indiquée en vert est celle où le vol du cerf-volant est possible ($\tau_c \geq L_a/U_0$). Les zones indiquées en rouge sont celles où le cerf-volant ne peut pas voler ($\tau_c \leq L_a/U_0$). Les photos du cerf-volant de type 3 sont prises dans le plan xOz et présentent la position de vol du cerf-volant dans la configuration (L_g, x) correspondante. La position est fixée manuellement dans les cas où le cerf-volant ne peut pas voler pour illustrer une configuration maintenant toutes les suspentes tendues

2.5.3 Considérations sur la stabilité du vol

Comme nous l'avons vu dans la partie 2.5.1.5, nous considérons comme stable un cerf-volant dont le temps de vol tend vers l'infini. Le paramètre L_g est un réglage fin et fortement couplé aux autres paramètres. Pour chercher les configurations stables, nous commençons donc par fixer la vitesse du vent U_0, puis la longueur de la suspente avant L_a. Ensuite pour chaque combinaison

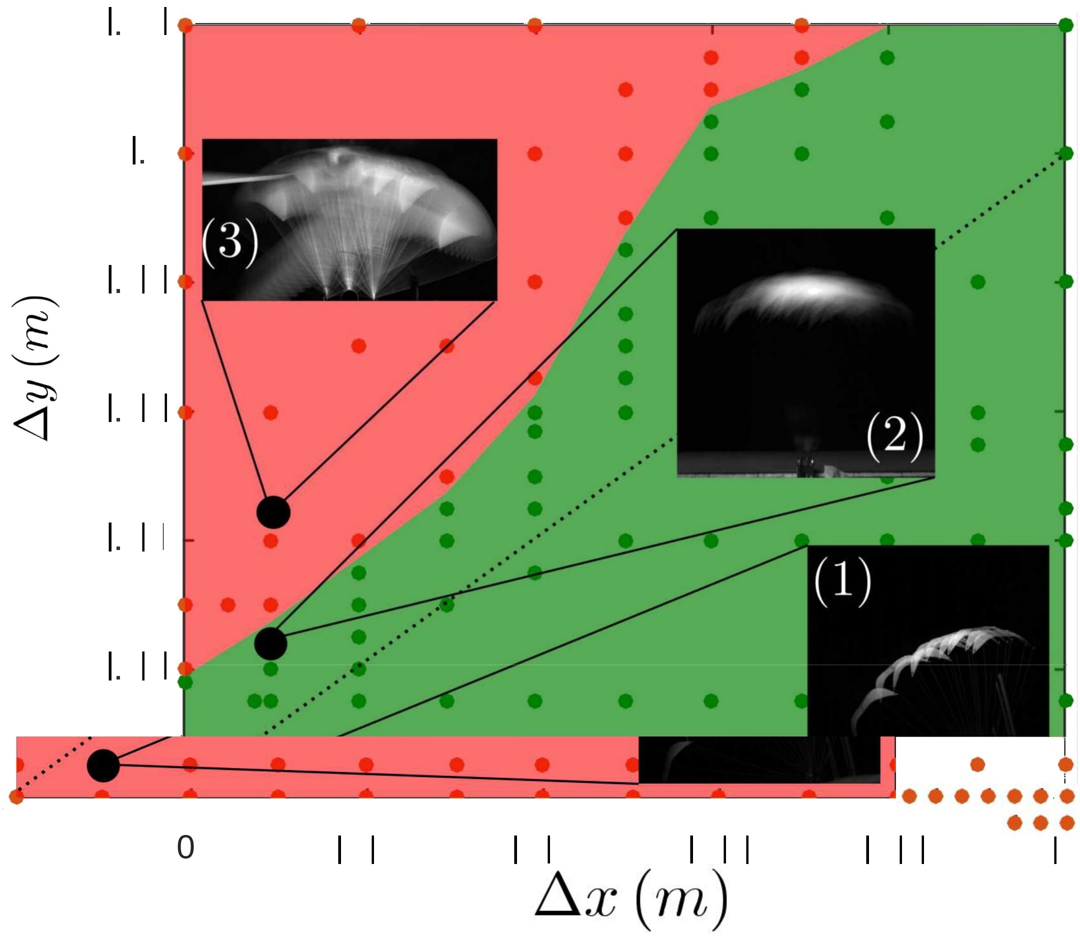


FIGURE 2.30 – Diagramme de stabilit´e du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) pour L_a = 0.15 m et U_0 = 7.5 m.s^{-1}. La zone verte montre les configurations de x et y qui permettent un vol stable et les zones rouges les configurations o`u le vol stable n'est pas possible. Les photos sont des chronophotographies montrant une tra-jectoire caract´eristique pour chaque zone dans le plan xOy. La ligne en pointill´e correspond `a x = y.

{ x, y **}**, nous cherchons une longueur L_g telle que le cerf-volant soit stable. Les r´esultats sont rassembl´es sur la figure 2.30 sur laquelle on observe trois zones distinctes.

— Une premi`ere zone instable appara^ıt pour y faible. Elle se caract´erise par un cerf-volant qui tombe sans osciller. (chronophotographie (1) et figure 2.26)

— Pour des valeurs de y plus importantes et telles que y < x, le cerf-volant est stable et les amplitudes d'oscillation sont faibles. (chronophotographie (2) et figure 2.28)

— Une deuxi`eme zone instable appara^ıt pour y > x et se caract´erise par des oscilla-tions de grande amplitude qui r´esultent en un crash du cerf-volant au bout de plusieurs oscillations. (chronophotographie (3) et figure 2.27)

La compr´ehension de ces zones instables est capitale pour la fabrication d'un dispositif de

r´ecup´eration d'´energie fiable. En effet, si les syst`emes de contrˆole du cerf-volant ont un temps de r´eaction mal calibr´e devant les temps caract´eristiques de d´eveloppement d'une instabilit´e, cela peut mener au crash du cerf-volant. Dans l'optique de comprendre le comportement stable ou instable du cerf-volant, nous allons donc faire une ´etude syst´ematique des mouvements du cerf-volant selon les diff´erentes directions : grand tangage, grand roulis et lacet.

2.6 Aérodynamique du cerf-volant

Dans cette partie, nous nous intéressons uniquement aux forces qui s'exercent sur le système cerf-volant+suspentes. Ces forces sont mesurées avec la balance 6 axes.

2.6.1 Mesure des forces sur le cerf-volant

2.6.1.1 Protocole de mesure des forces

Chaque mesure de force se fait selon le protocole suivant :

— Réglage de l'écartement (Δx et y) et de la longueur des suspentes (L_a et L_g).

— Mesure du zéro de la balance en moyennant le signal pendant 30 s avec la soufflerie en fonctionnement et le cerf-volant posé sur la plate forme de mesure.

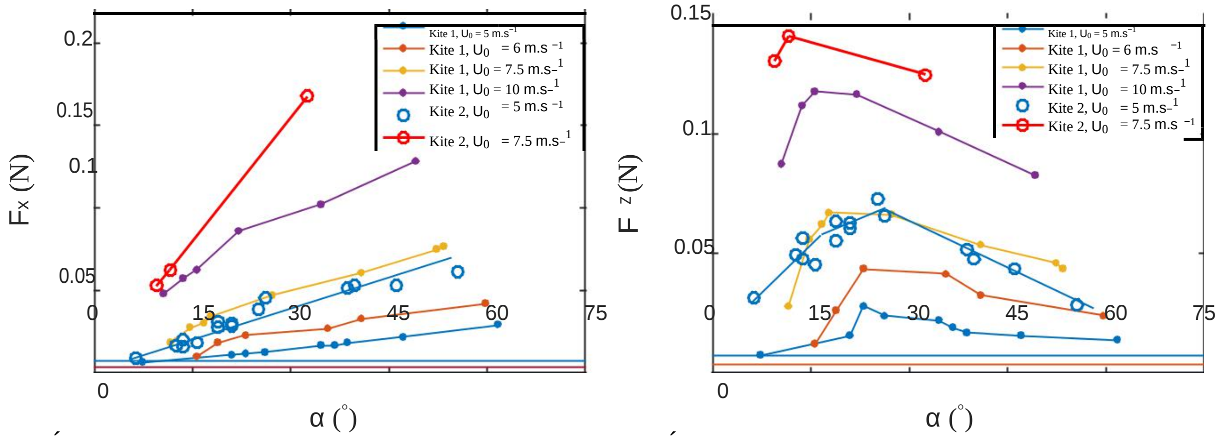
— Mesure de la moyenne temporelle des forces selon les axes Ox et Oz pendant 30 s. En parallèle nous effectuons une acquisition avec une caméra pour avoir accès à l'angle d'in-cidence du cerf-volant.

Les figures 2.31a et 2.31b montrent respectivement l'évolution des forces horizontale (F_x) et verticale (F_z) en fonction de l'angle d'incidence pour différentes vitesses d'écoulement et pour des cerf-volants de type 1 et 2 (tableau 2.2). La force horizontale correspond à la force de traînée aérodynamique et la force verticale est la différence entre la force aérodynamique et le poids du cerf-volant. La force horizontale et la force verticale augmentent avec la vitesse de l'écoulement. La force horizontale F_x croit de façon monotone avec l'angle d'incidence tandis que la force verticale F_z croit jusqu'à un angle d'incidence d'environ 25° puis décroît.
Le nombre de Reynolds de nos expériences ($Re = \frac{cU_0}{\nu_{air}}$) varie entre 10^4 et 10^5, ce qui implique que les forces de portance et de traînée doivent être proportionnelles à la pression dynamique $\frac{1}{2}\rho U_0^2$ [58]. On définit les coefficients de portance et de traînée comme il suit :

$$c_L = \frac{F_z + gM_K}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2}$$

$$c_D = \frac{\quad}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2} \tag{2.33}$$

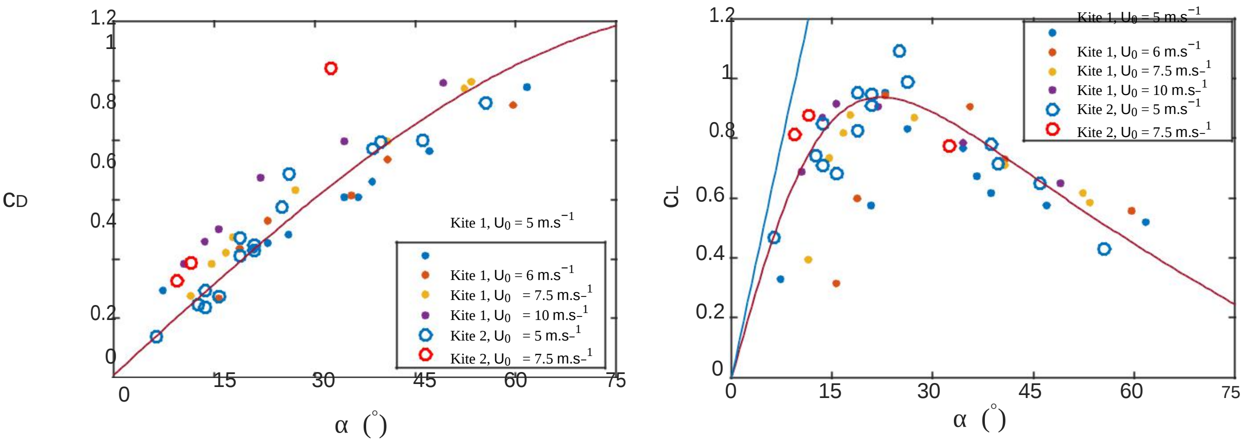
Les coefficients c_D et c_L sont présentés respectivement sur les figures 2.32a et 2.32b. les courbes pour les différentes vitesses et les différentes surfaces se superposent raisonnablement. Nous en concluons que ces coefficients sont essentiellement des fonctions de l'angle d'incidence α.



(a) Evolution de la force horizontale F_x en fonction de l'angle d'incidence

(b) Evolution de la force verticale F_z en fonction de l'angle d'incidence

FIGURE 2.31 – Forces s'exerçant sur les cerf-volants de type 1 et 2 (tableau 2.2) en fonction de l'angle d'incidence pour différentes vitesses d'écoulement. Dans les deux figures, la ligne continue rouge est le poids du cerf-volant de type 1 et la ligne continue bleue est le poids du cerf-volant de type 2



(a) Coefficient de traînée en fonction de l'angle d'in-cidence du cerf-volant.

(b) Coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence du cerf-volant.

FIGURE 2.32 – Coefficients de traînée et de portance des cerf-volants de type 1 et 2 (tableau 2.2) en fonction de l'angle d'incidence α du cerf-volant. Les lignes continues correspondent aux modèles empiriques utilisés et détaillés dans la section 2.6.2. La ligne en pointillé correspond au modèle de portance pour une aile fine infinie $c_L = 2\pi\alpha$.

2.6.2 Modélisation semi-empirique de la force aérodynamique

2.6.2.1 Coefficient de traînée

Pour modéliser la traînée, nous considérons que la traînée du cerf-volant est la somme de deux contributions : une traînée de forme et une traînée de peau. La traînée de forme varie comme $1/2\rho A U_0^2 \sin\alpha$. Pour un angle d'incidence nul, cette composante est nulle. La traînée du cerf-volant se réduit alors une traînée de peau. Pour un écoulement laminaire, cette dernière est donnée par la loi de friction de Blasius [58].

$$c_{Dskin} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \tag{2.34}$$

Pour la gamme de Reynolds utilisée, c_{Dskin} varie entre 0.003 et 0.01. Ces valeurs sont trop faibles pour que nous puissions les mesurer correctement. Nous fixerons une valeur dans cette gamme qui ne dépendra pas de la vitesse mais rendra compte du fait que la traînée est non nulle pour un angle d'incidence nul. La forme choisie pour représenter le coefficient de traînée est donc de la forme $c_D = c_{Dskin} + c_{D1} \sin\alpha$. Les valeurs que nous avons choisies pour c_{Dskin} et c_{D1} sont :

$$c_{Dskin} = 0.009 \quad \text{et} \quad c_{D1} = 1.24 \tag{2.35}$$

Soit :

$$c_D = 0.009 + 1.24\mathbf{k} \sin\alpha\mathbf{k} \tag{2.36}$$

Ce modèle est tracé en trait plein rouge sur la figure 2.32a et semble rendre compte correctement du coefficient de traînée du cerf-volant.

Remarque : le modèle simplifié que nous utilisons pour la trainée ne rend pas compte de la dépendance quadratique en angle d'incidence aux petits angles dûe à la traînée induite et prédite dans la section 2.2.1.5. Nous avons peu de points de mesure pour les angles très faibles et les données expérimentales ne montrent pas clairement cette tendance.

2.6.2.2 Coefficient de portance

Pour des angles d'incidence faibles ($\alpha < 15^\circ$), la théorie des ailes minces bidimensionnelles prédit une portance variant linéairement avec l'angle d'incidence selon la loi [58] :

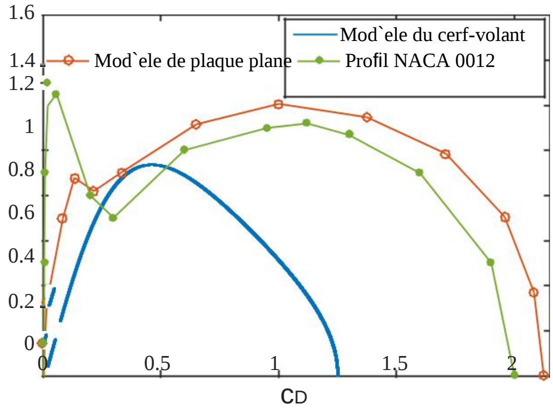


FIGURE 2.33 – Modèle de polaire utilisé pour notre cerf-volant en bleu et polaire d'une plaque plane en rouge tirée de [59]. La polaire d'un profil NACA 0012 est tracée en vert [75]

$$c_L = 2\pi\alpha \tag{2.37}$$

Dans le cas de notre cerf-volant (figure 2.32b), le coefficient de portance semble aussi varier linéairement avec l'angle d'incidence, mais avec un coefficient plus faible que 2π (tracé en pointillé bleu), de l'ordre de 5 qui rend compte du caractère fini de l'aile [24].

Pour des angles d'incidence importants ($\alpha > 15^\circ$), la couche limite est détachée et la portance diminue jusqu'à s'annuler pour un angle d'incidence de $\pi/2$.

Nous avons choisi d'utiliser un modèle simple à deux paramètres afin de rendre compte de ces conditions :

$$c_L = \frac{1}{\frac{1}{a\alpha} + b\tan\alpha} \quad \text{avec } a = 4.8 \text{ et } b = 1.3 \tag{2.38}$$

Ce modèle est tracé en trait plein rouge sur la figure 2.33 et donne une bonne approximation du coefficient de portance du cerf-volant.

Cette partie nous a permis de déterminer la polaire de vol du cerf-volant. sur la figure 2.33, nous la comparons à la polaire d'une plaque plane [59] et à celle d'un profil NACA 0012 [55]. La portance et la traînée maximale est plus faible pour le cerf-volant. Le décrochage est aussi beaucoup moins violent, probablement grâce à la flexibilité de l'aile [75].

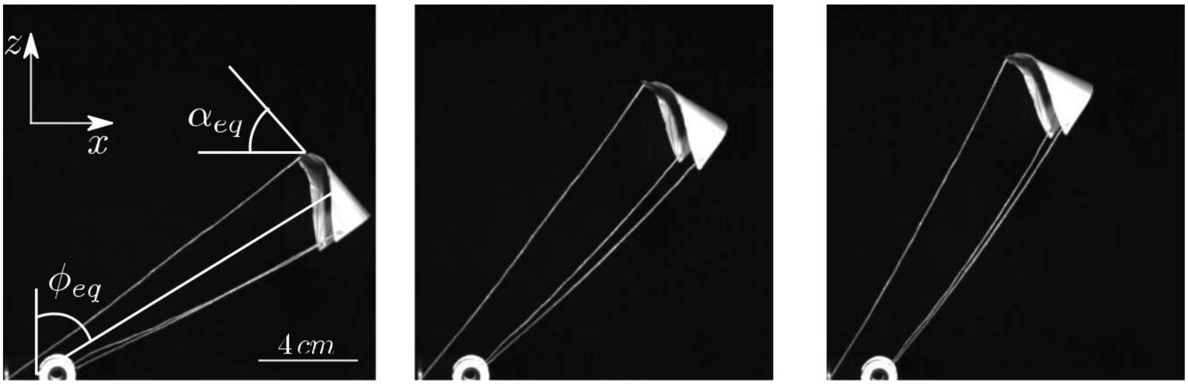
2.7 Position d'équilibre du cerf-volant

2.7.1 Équilibre en grand tangage du cerf-volant

La première étude que nous allons mener concerne le comportement du cerf-volant en grand tangage. Le grand tangage correspond à l'oscillation d'avant en arrière de tout le système cerf-volant+suspentes (schéma 2.23a). On s'attachera en particulier à caractériser l'angle d'équilibre φ_{eq} dans la rotation du cerf-volant autour de Oy.

2.7.1.1 Étude qualitative de l'équilibre du cerf-volant en grand tangage

La première expérience consiste à se placer dans une configuration possible de vol selon les critères donnés dans les figures 2.29 et 2.30 puis à faire varier la vitesse. En dessous d'une certaine vitesse notée U^*, le cerf-volant ne peut pas voler car les forces aérodynamiques ne compensent pas les effets du poids. Cette vitesse est différente de la valeur U_0^* définie précédemment. En effet, U_0^* est la vitesse pour laquelle la portance est égale au poids ; elle ne dépend pas de la géométrie. Cette distinction est discutée plus en détails dans la partie 2.8.2 page 122. Sur la série de photos de la figure 2.34, nous pouvons voir que quand la vitesse augmente, le cerf-volant monte et l'angle de grand tangage φ_{eq} et l'angle d'incidence α_{eq} diminuent.



(a) $U_0 = 3.5$ m.s^{-1} et $\alpha_{eq} = 45^o$ (b) $U_0 = 5$ m.s^{-1} et $\alpha_{eq} = 32^o$ (c) $U_0 = 6.5$ m.s^{-1} et $\alpha_{eq} = 25^o$

FIGURE 2.34 – Positions d'équilibre du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) pour x = 20 mm, y = 20 mm, L_a = 150 mm, L_g = 125 mm à différentes vitesses d'écoulement.

On peut ensuite s'intéresser à l'effet de la longueur des suspentes arrières L_g. L'ajustement de ce paramètre change la géométrie du système et a donc un fort effet sur l'angle d'incidence du cerf-volant et donc sur sa position d'équilibre. Dans l'exemple de la figure 2.35, L_g varie d'environ 5% et l'angle d'incidence est multiplié par quatre. Cela confirme ce que nous avons remarqué dans la partie 2.5.2 page 94 : L_g est un paramètre d'ajustement très sensible et le fixer à l'avance pour obtenir une certaine configuration est illusoire. Dans la plupart de nos expériences, nous



(a) L_g = 0.121 mm et $\alpha_{eq} = 7^o$ (b) L_g = 0.118 mm et $\alpha_{eq} = 13^o$ (c) L_g = 0.115 mm et $\alpha_{eq} = 25^o$

FIGURE 2.35 – Positions d’´equilibre du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) pour $U_0 = 7.5$ m.s^{-1}, x = 20 mm, y = 20 mm, L_a = 140 mm et pour diff´erentes longueurs de suspentes arri`eres L_g.

allons donc l’ajuster pendant le vol pour obtenir l’angle φ_{eq} ou α_{eq} voulu et les mesurer sur les vid´eos.

2.7.1.2 Étude quantitative de l’´equilibre du cerf-volant en grand tangage

2.7.1.2.1 Notations sp´ecifiques

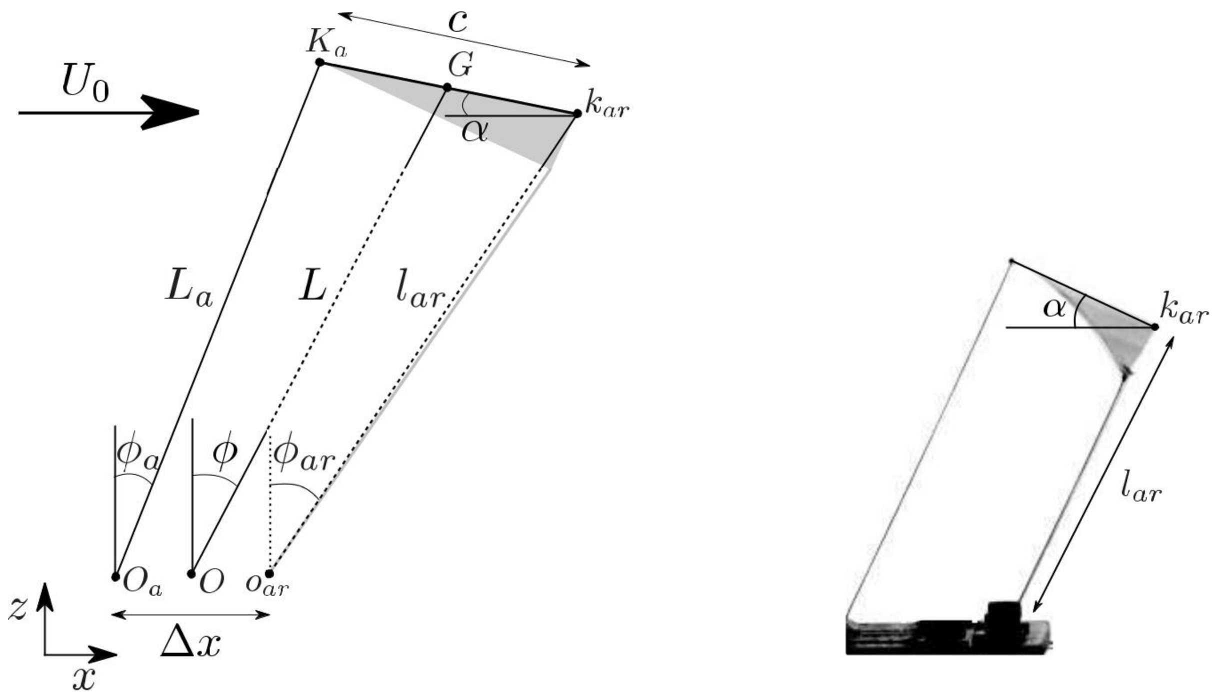
Dans cette partie, nous nous int´eressons a` la projection du syst`eme sur le plan xOz. Nous allons utiliser des notations sp´ecifiques a` cette partie et qui sont d´etaill´ees sur la figure 2.36a.

o_{ar}	milieu du segment [O_g O_d] (O_g et O_d sont d´efinis sur la figure 2.22c `a la page 88)
k_{ar}	milieu du bord de fuite
l_{ar}	longueur du segment [$o_{ar}k_{ar}$]
φ_{ar}	angle entre la verticale et $o_{ar}k_{ar}$

La figure 2.36b montre un d´etail qui sera important dans les mesures faites dans le plan xOz. On fait l’approximation que le cerf-volant est plan dans la majorit´e de cette ´etude alors qu’il est en r´ealit´ courb´e. Il nous faut donc faire un choix pour mesurer l’angle α. Nous avons choisi de prendre la valeur de α a` l’endroit o`u la surface portante est la plus importante et donc au milieu du cerf-volant. Pour garder la coh´erence g´eom´etrique, nous devons prendre la longueur l_{ar} comme la longueur projet´ee des suspentes sur le plan xOz entre le sol et le milieu du bord de fuite et non entre le sol et leur point d’attache sur le cerf-volant.

2.7.1.2.2 R´esultats exp´erimentaux

Comme on a pu le voir sur les photos de la figure 2.34, la vitesse de l’´ecoulement a un impact important sur la position d’´equilibre du cerf-volant. La figure 2.37a montre l’´evolution de l’angle



(a) Notations spécifiques à la projection du problème sur le plan xOz

(b) Détail de la convention de mesure de l'angle α et la longueur l_{ar}. L'arrière du cerf-volant k_{ar} est pris au milieu du bord de fuite et non au niveau du point de fixa-tion des suspentes.

FIGURE 2.36 – Notations utilisées pour l'étude du grand tangage.

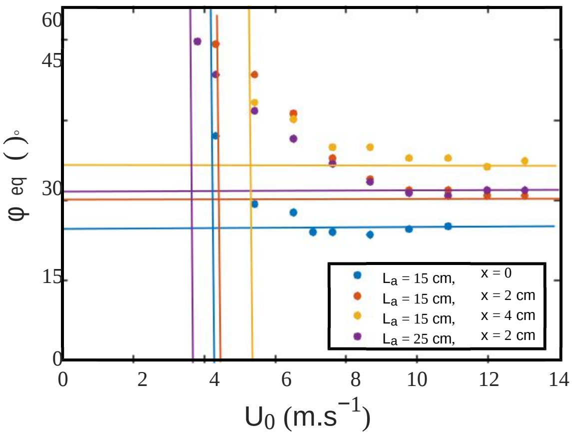
de grand tangage d'équilibre φ_{eq} en fonction de la vitesse du vent pour différentes configurations des suspentes et de x. L'angle φ_{eq} diminue quand la vitesse de l'écoulement augmente puis atteint un plateau pour des vitesses supérieures à 8 $m.s^{-1}$.

La figure 2.37b illustre la sensibilité de la position d'équilibre à la longueur des suspentes arrières. L'angle d'équilibre peut varier de 60° pour une variation de l_{ar} de moins de 10%. L'angle d'in-cidence α étant plus facile à contrôler, on l'utilisera en priorité pour choisir les positions du cerf-volant. Une étude plus détaillée de cette sensibilité est proposée dans l'annexe D.1.

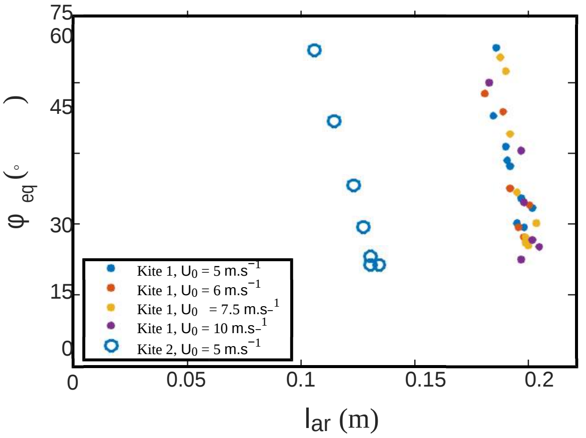
2.7.1.3 Modélisation de l'équilibre du cerf-volant en grand tangage

2.7.1.3.1 Angle de grand tangage d'équilibre φ_{eq}

Dans le cas où le vent est suffisant pour faire voler le cerf-volant ($U_0 > U^*$), la position d'équilibre est celle où les sommes des forces et des moments qui s'exercent sur le système cerf-volant+suspentes sont nulles. Le cerf-volant est soumis à son poids ($M_K g$), à la force aérodynamique (F) ainsi qu'aux forces de tension des suspentes (T_a, T_g et T_d). L'équilibre



(a) Evolution de l'angle φ_{eq} en fonction de la vitesse U_0 de l'écoulement pour y = 2 cm et différentes configurations de longueurs de suspentes et de x. Les lignes en pointillés horizontales représentent l'angle de grand tangage d'équilibre φ_{eq} limite pour les grandes vitesses. Les lignes en pointillé verticales représentent la vitesse minimale (U^*) nécessaire pour faire voler le cerf-volant



(b) Evolution de l'angle φ_{eq} en fonction de la longueur projetée des susptentes arrières l_{ar}. Pour le cerf-volant 1, L_a = 20 cm, x = 2 cm, y = 2 cm. Pour le cerf-volant 2, L_a = 14 cm, x = 5.6 cm, y = 5.6 cm

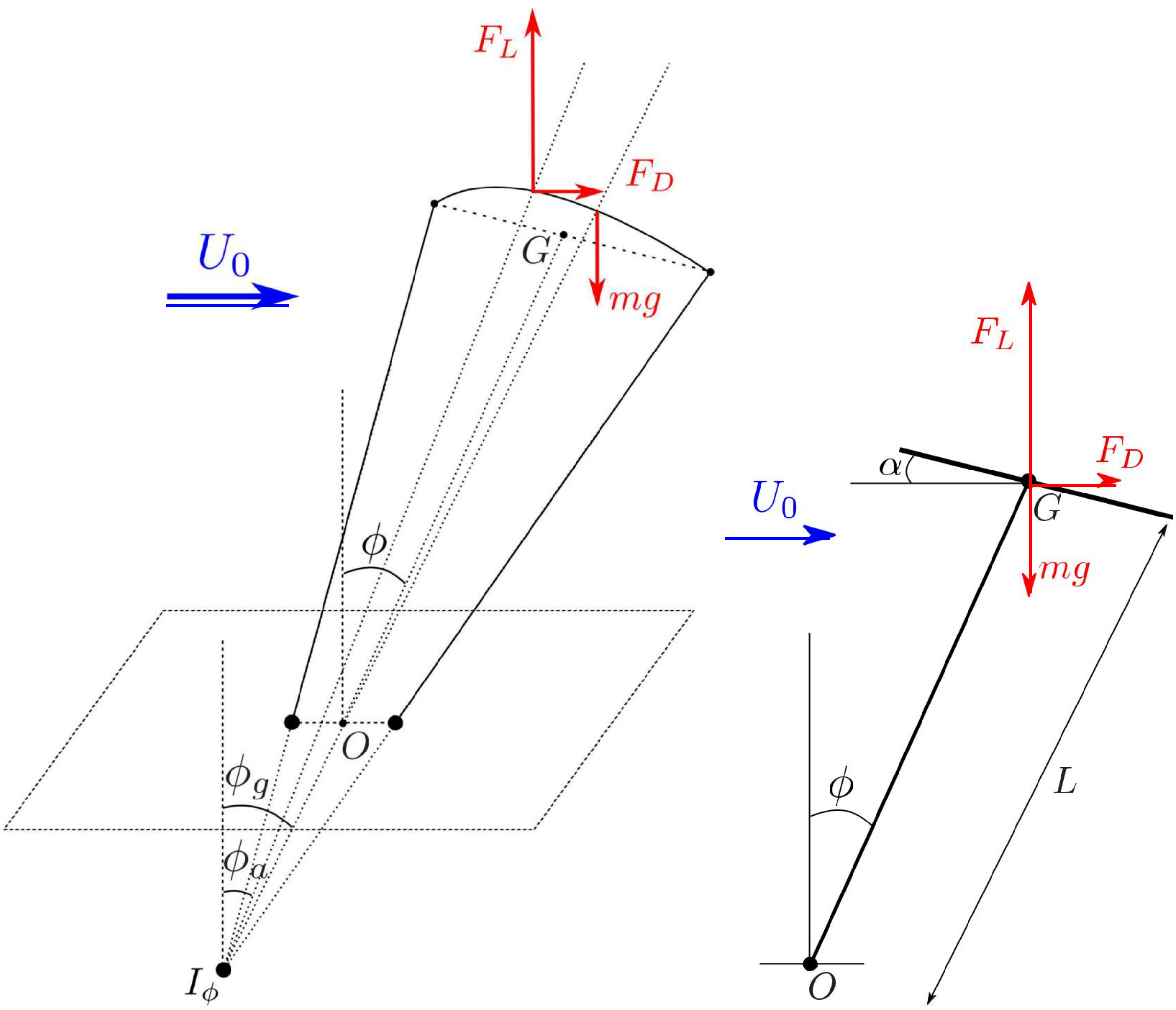
FIGURE 2.37 – Evolution de l'angle φ_{eq} en fonction de la vitesse de l'écoulement (a) et de la longueur des suspentes arrières (b) pour le cerf-volant de type 3 (tableau 2.2)

n'est possible que si les suspentes sont en tension ce qui implique que la projection des forces selon la verticale doit être positive. Cela donne comme condition que $F_L - M_K g > 0$.

De façon à simplifier le calcul, il est intéressant d'étudier le moment des forces qui s'exercent sur le cerf-volant à l'équilibre par rapport au centre instantané de rotation du cerf-volant (noté I_φ). Comme nous pouvons le voir sur le schéma 2.38a, l'avant du cerf-volant K_a est en rotation autour du point de fixation de la suspente avant O_a et l'arrière du cerf-volant k_{ar} est en rotation autour du milieu des points de fixation des suspentes arrières o_{ar}. Le centre instantané de rotation est donc situé à l'intersection de la suspente avant et des suspentes arrières. Les droites d'action des tensions dans les suspentes passent donc par le centre instantané de rotation et leur moment est nul. On peut donc ne s'intéresser qu'au moment du poids et à celui de la force aérodynamique par rapport à I_φ.

On pose φ_a l'angle entre la verticale et la droite reliant I_φ et le point d'application de la force aérodynamique et φ_g l'angle entre la verticale et la droite reliant I_φ et le centre de gravité du cerf-volant. A l'équilibre, on a alors :

$$M_K g \sin\varphi_g - F_L \sin\varphi_a + F_D \cos\varphi_a = 0 \quad (2.39)$$



(a) Cerf-volant vu de profil et position du centre instantané de rotation I_φ. Les forces sont appliquées à un point réaliste. (b) Schéma simplifié du cerf-volant de profil

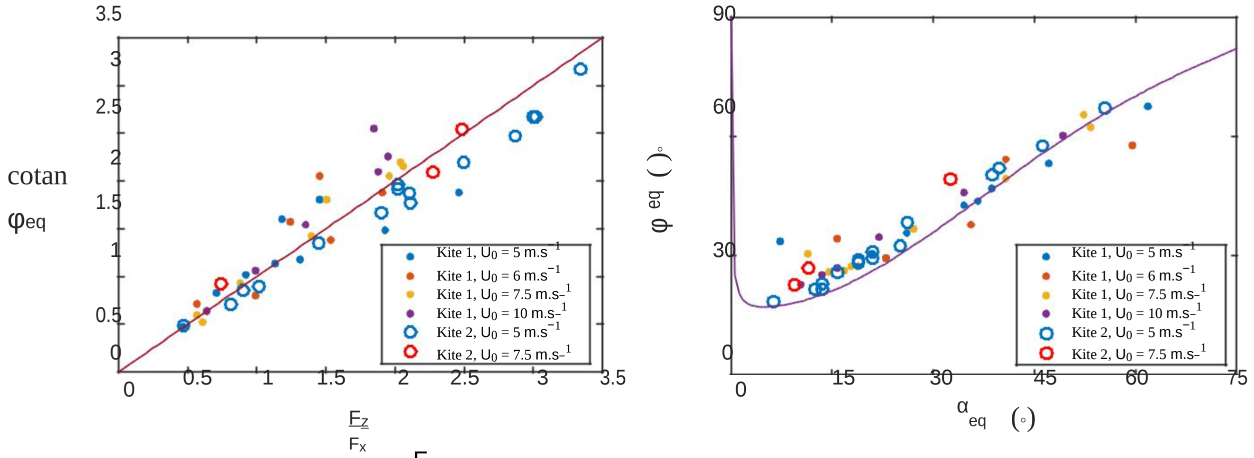
FIGURE 2.38 – Schémas réaliste (a) et simplifié (b) du cerf-volant de profil. Pour le cerf-volant simplifié, on assimile φ_a et φ_g à φ. Toutes les forces sont appliquées au point G

Dans le cas où $|\varphi_a - \varphi_g| \ll 1$ et $|\varphi_a - \varphi| \ll 1$, on peut faire l'approximation $\varphi_g = \varphi_a = \varphi$. L'équilibre est alors donné par :

$$\frac{1}{\tan \varphi_{eq}} = \frac{F_L - M_K g}{F_D} = \frac{F_z}{F_x} \tag{2.40}$$

Nous vérifions cette relation sur la figure 2.39a. Les points s'alignent sur une droite de pente 1 (courbe rouge), ce qui valide le modèle.

Dans la limite des vents forts, c'est à dire quand les forces aérodynamiques sont grandes devant le poids du cerf-volant ($\frac{1}{2}\rho_{air} A U_0^2 \gg M_K g$), la relation précédente est indépendante de la vitesse et se réduit à :



(a) cotan φ_{eq} en fonction du rapport $\frac{F_z}{F_x}$. La courbe pleine est une droite de pente 1.

(b) Angle d'équilibre φ_{eq} en fonction de l'angle d'incidence à l'équilibre α_{eq}. La courbe pleine représente $\varphi_{eq} = \arctan \frac{c_D}{c_L}$ en utilisant les modèles 2.35 et 2.38 pour c_L et c_D.

FIGURE 2.39 – Deux représentations de la position d'équilibre des cerf-volants de type 1 et 2 (tableau 2.2)

$$\frac{1}{\tan \varphi_{eq}} = \frac{c_L}{c_D} \tag{2.41}$$

Cette relation est testée par la courbe pleine mauve sur la figure 2.39b. Les points expérimentaux ne sont pas très eloignés de la courbe $\varphi = \arctan \frac{c_D}{c_L}$. Ce modèle simplifié, ne prenant pas en compte la gravité, semble être une bonne approximation pour l'angle d'équilibre du cerf-volant. Il est intéressant de noter que cette relation est très robuste même pour les faibles vitesses. En effet, si la figure 2.37a montre une dépendance importante de l'angle d'équilibre φ_{eq} à la vitesse jusqu'à une vitesse d'environ $U_0 = 8$ m.s^{-1}, les mesures faites à une vitesse de 5 m.s^{-1} sont proches du modèle sur la figure 2.39b. Cela peut s'expliquer par le fait que lorsque l'angle d'équilibre φ_{eq} diminue quand on augmente la vitesse, l'angle d'incidence α_{eq} diminue aussi.

2.7.1.3.2 Position du centre aérodynamique

Dans la partie précédente, nous avons fait l'hypothèse que $\varphi \approx \varphi_a$. Cela est équivalent à dire que la force aérodynamique s'applique au milieu de la corde du cerf-volant. Pour valider cette approximation, nous allons mesurer indirectement la tension dans les suspentes du cerf-volant. Lorsque le cerf-volant est dans sa position d'équilibre, la somme des moments qui s'exercent sur lui est nulle. Pour une vitesse de vent suffisante, nous pouvons négliger le poids du cerf-volant et considérer qu'il n'est soumis qu'à la force aérodynamique et à la tension des suspentes. Pour tout point P du cerf-volant, si l'on note G_A le point d'application des forces aérodynamiques, nous pouvons écrire :

$$PG_A \wedge F_A + PK_a \wedge T_a + PK_g \wedge T_g + PK_d \wedge T_d = 0 \tag{2.42}$$

En projetant selon ey, on a par sym´etrie : $(PK_g \wedge T_g) .ey = (PK_d \wedge T_d) .ey$. On peut donc ´ecrire :

$$(PG_A \wedge F_A) .ey = -(PK_a \wedge T_a + 2PK_g \wedge T_g) .ey \tag{2.43}$$

En prenant P tel que PG_A soit le long de la corde du cerf-volant, PG_A et F_A ne sont pas colin ´eaires et sont dans le plan xOz donc :

$$(PG_A \wedge F_A) .ey = 0 \Leftrightarrow PG_A = 0 \text{ ou } F_A = 0 \tag{2.44}$$

La force a´erodynamique ´etant non nulle, le seul point du cerf-volant par rapport auquel son moment suivant ey est nul est le centre des forces a´erodynamiques. La relation 2.43 nous dit que le moment de la force a´erodynamique est nul quand le moment des tensions dans les suspentes est lui aussi nul. Nous allons donc calculer la position du point P tel que le moment des tensions dans les suspentes est nul. Soit :

$$(PK_a \wedge T_a + 2PK_g \wedge T_g) .ey = 0 \tag{2.45}$$

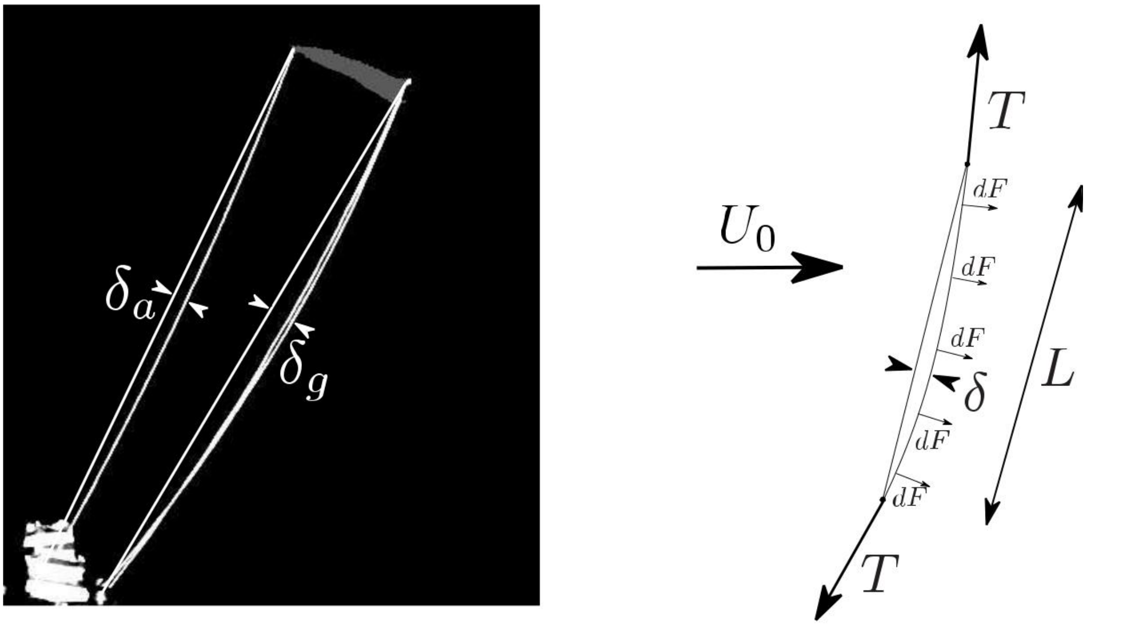
Si l'on note $x = \frac{\|Pk_{ar}\|}{c}$, la distance du point P au bord de fuite, cette relation peut s'´ecrire :

$$(1 - x) \frac{k_{ar}K_a}{c} \wedge \frac{T_a}{T_a} - 2x \frac{k_{ar}K_a}{c} \wedge \frac{T_g}{T_g}\frac{T_g}{T_a} .ey = 0 \tag{2.46}$$

En ayant acc`es au rapport entre la valeur des tensions dans les lignes $\frac{T_g}{T_a}$ et la direction des diff´erents vecteurs en jeu, nous pouvons donc calculer x et connaitre le point d'application des forces a´erodynamiques. Pour mesurer le rapport de tension entre la suspente avant et les suspentes arri`eres, nous pouvons mesurer leur d´eformation relative. On peut voir sur la figure 2.40a que les suspentes ne sont pas droites. En effet, elles sont courb´ees par leur tra^ın´ee $F_D = \sum \delta F$. La rigidit´e des suspentes est n´egligeable, elles se comportent donc comme des chainettes. On peut donc se ramener au probl`eme pr´esent´ sur le sch´ema 2.40b.

Dans ce cas, on a :

$$\frac{T}{F_D} \approx \frac{L}{\delta} \tag{2.47}$$



(a) Photo d'un cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) pr´esentant la d´eflexion des suspentes avant et arri`eres

(b) Sch´ema de la d´eformation des suspentes par l'´ecoulement

FIGURE 2.40 – D´eformation des suspentes

Les longueurs des suspentes avant et arri`eres sont peu diff´erentes et nous choisissons une confi-guration o`u elles sont quasiment parall`eles. Dans ce cas, on a :

$$\frac{T_a}{T_g} \approx \frac{\delta_g}{\delta_a} \quad (2.48)$$

La diff´erence de d´eflexion des suspentes nous donne donc acc`es directement a` la diff´erence de tension dans les lignes. Si l'on trace maintenant la position relative x du point d'application des forces a´erodynamiques sur la corde du cerf-volant en fonction de l'angle d'incidence, on obtient la figure 2.41. Les donn´ees sont relativement bruit´ees car la d´eflexion oscille pendant le vol a` cause du d´etachement tourbillonnaire et des mouvements du cerf-volant. Cependant, on peut voir que l'approximation de placer le point d'application des forces a´erodynamiques au milieu du cerf-volant est raisonnable. On peut aussi voir une tendance attendue qui est que ce point recule quand l'angle d'incidence augmente. On peut comparer cette mesure a` ce qui est connu pour une plaque plane o`u le point d'application des forces a´erodynamiques est donn´e par [59] :

$$x^* = 0.5 + \frac{\cos\alpha}{4 + \pi \sin\alpha} \quad (2.49)$$

0.75

Pour adapter cette formule a` notre cerf-volant dont la corde est variable, nous devons int´egrer sur la largeur du cerf-volant :

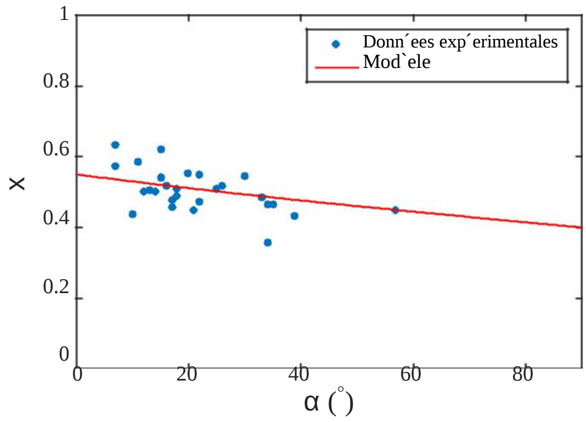


FIGURE 2.41 – Position du point d'application de la force aérodynamique sur le cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) à partir du bord de fuite en fonction de l'angle d'incidence. Les points bleus représentent les données expérimentales. La ligne rouge montre le modèle présenté dans l'équation 2.51.

$$x = \frac{1}{cA}\int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} (x^* c(u))c(u)du \quad \text{avec} \quad c(u) = c - 4\frac{c}{s^2}u^2 \tag{2.50}$$

Le modèle donne donc une position des forces aérodynamiques en :

$$x = \frac{4}{5}\left(0.5 + 0.75\frac{\cos\alpha}{4 + \pi \sin\alpha}\right) \tag{2.51}$$

Ce modèle donne une position du centre des forces aérodynamiques proche de nos résultats expérimentaux (figure 2.41).

2.7.2 Remarque sur l'équilibre en grand roulis et en lacet du cerf-volant

Pour des raisons de symétrie, la position d'équilibre en grand roulis (schéma 2.23a) est $\psi_{eq} = 0$ quand les suspentes arrières sont de même longueur. Il est cependant possible de modifier cette position d'équilibre en prenant des longueurs différentes pour les suspentes arrières.

Le même argument de symétrie permet de justifier que l'angle d'équilibre en lacet (schéma 2.23a) du cerf-volant est $\chi_{eq} = 0$. Cependant, dans ce cas, la variation de la longueur des suspentes arrières a peu d'impact sur l'angle d'équilibre qui reste très proche de zéro.

2.8 Perturbation de l'´equilibre, modes de vibration et d'amortissement

Lors de son vol, le cerf-volant oscille spontan´ement autour de sa position d'´equilibre en grand tangage, grand roulis et lacet. Selon la configuration choisie pour le vol, l'amplitude de ces oscillations varie. Cette amplitude peut aller d'oscillations de l'ordre du degr´ a` des oscillations qui entrainent la chute au sol du cerf-volant. Dans cette partie, on s'int´eresse a` ces oscillations observ´ees autour des positions d'´equilibre etudi´ees pr´ec´edemment, ainsi qu'`a leur stabilit´e.

2.8.1 Stabilit´e du cerf-volant en grand tangage

Nous mesurons les fr´equences d'oscillation en grand tangage du cerf-volant (sch´ema 2.23a). Pour avoir acc`es aux vitesses d'´ecoulement faibles, nous effectuons aussi des mesures sur des cerf-volants suspendus (figure 2.42).

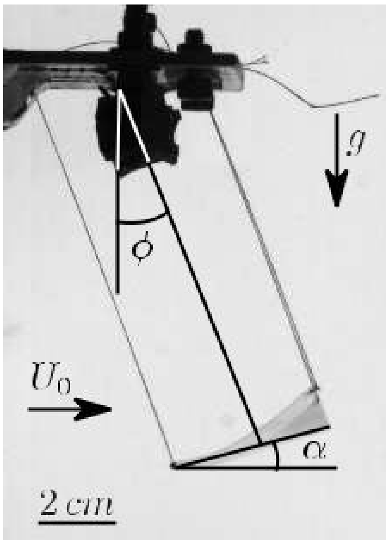
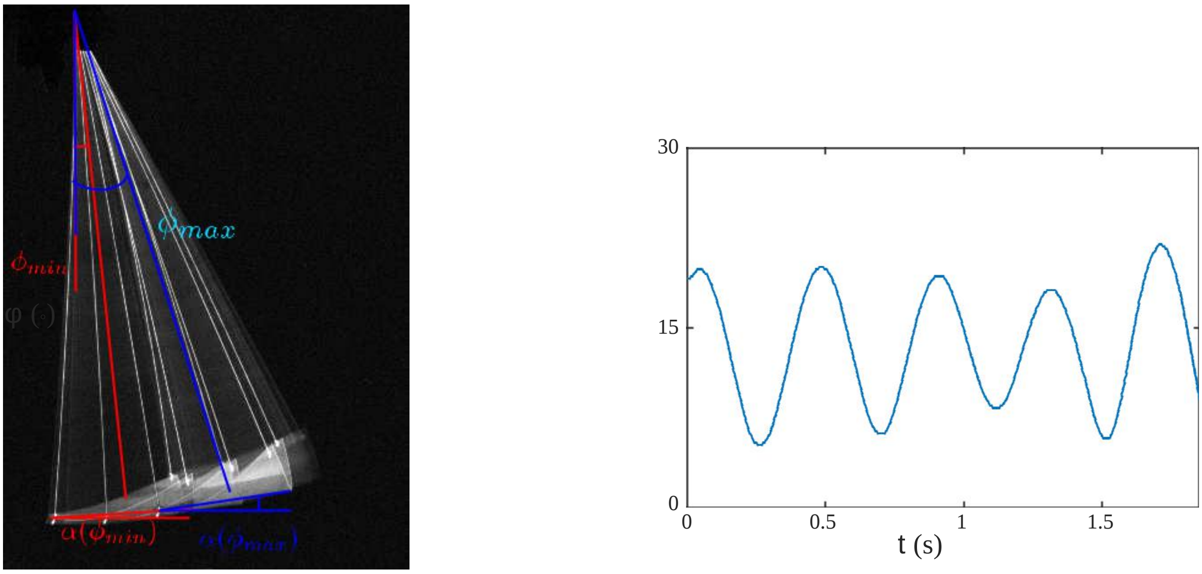


FIGURE 2.42 – Photo du dispositif de cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) suspendu pour : x = 4 cm, y = 3 cm, L_a = 10 cm, U_0 = 5 m.s^{-1}

2.8.1.1 ´Etude qualitative du cerf-volant en grand tangage

Pour observer les oscillations en grand tangage, nous filmons le vol du cerf-volant sur la dur ´ee de quelques oscillations.

En observant les chronophotographies plus pr´ecis´ement, nous pouvons remarquer que la cin ´ematique de l'aile change quand nous changeons la valeur de x (figures 2.43a (Δx = 0), 2.44a (Δx = c) et 2.45a (Δx > c)). Nous pouvons ´egalement voir que l'angle d'incidence de l'aile change au cours d'une oscillation.



(a) Chronophotographie pour x = 0. L'angle (b) Evolution temporelle de l'angle φ pour x = 0 d'incidence varie de α = 4° pour φ = 5° (en rouge) à α = 11° pour φ = 19° (en bleu) pendant l'oscillation. Cette chronophotographie est la somme d'une chronophotographie de l'intégralité du mouvement et de trois positions du cerf-volant (φ maximal, minimal et moyen).

FIGURE 2.43 – Oscillations en grand tangage pour le cerf-volant de type 2 (tableau 2.2) avec x = 0, L_a = 20 cm, y = 4 cm et $U_0 = 5$ m.s^{-1}.

— Pour une valeur de x faible, α augmente quand φ augmente (pour x = 0, α augmente de 4° à 10° quand φ augmente de 5° à 20°)

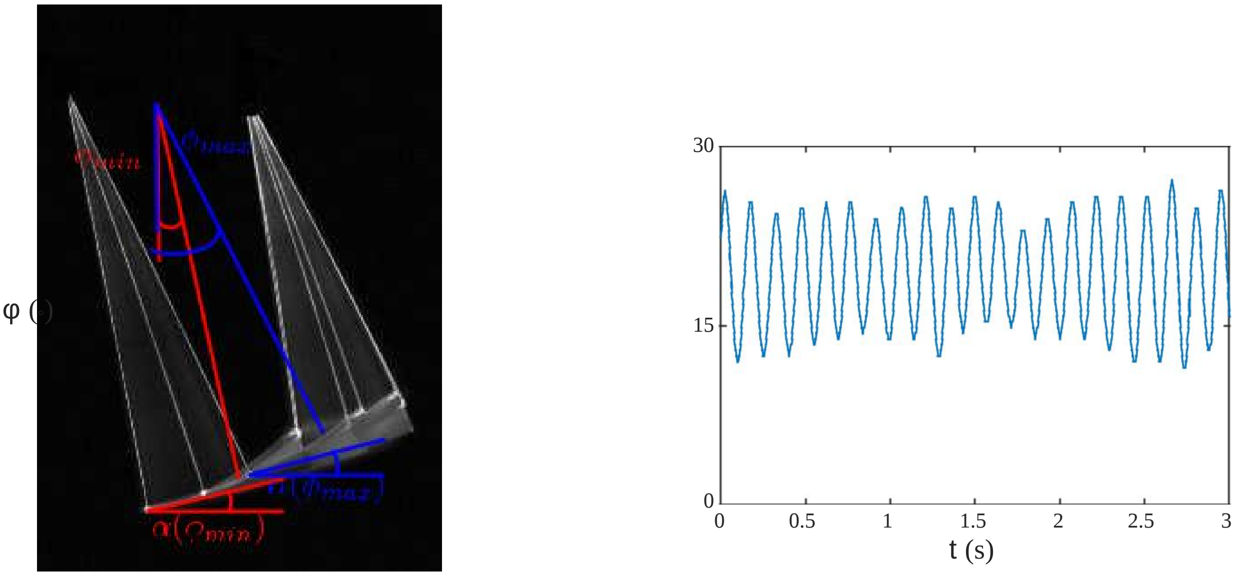
— Pour des grandes valeurs de x, α diminue quand φ augmente (pour x = 60 mm, α diminue de 16° à 13° quand φ augmente de 9° à 24°)

— Pour des valeurs de x proches de la corde c du cerf-volant, α semble quasiment constant pendant l'oscillation (Δx = 40 mm, α passe de 16° à 15° quand φ augmente de 10° à 26°)

L'effet du paramètre x se ressent aussi sur la stabilité du vol du cerf-volant. Pour x < 0 (suspentes arrières attachées en amont de la suspente avant), il est presque impossible de faire voler le cerf-volant.

Pour $0 \leq x \ll c$, le cerf-volant reste quasiment immobile pour des angles d'incidence faibles. Lorsqu'on force l'oscillation, elle s'amortit rapidement mais peut se déstabiliser rapidement si une oscillation en grand roulis est initiée. La figure 2.43 montre des oscillations en grand tangage pour x = 0. La fréquence observée est environ 3 Hz.

Pour $x \approx c$ les oscillations sont peu amorties (figure 2.44), voire auto-entretenues. La fréquence observée est environ 7 Hz.



(a) Chronophotographie pour $x = c = 4$ cm. L'angle d'incidence varie de $\alpha = 16^\circ$ pour $\varphi = 10^\circ$ (en rouge) à $\alpha = 17^\circ$ pour $\varphi = 26^\circ$ (en bleu) pendant l'oscillation. Cette chronophotographie est la somme d'une chronophotographie de l'intégralité du mouvement et de trois positions du cerf-volant (φ maximal, minimal et moyen).

(b) Evolution temporelle de l'angle φ pour $x = 4$ cm

FIGURE 2.44 – Oscillations en grand tangage pour le cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) avec $x = c = 4$ cm, $L_a = 10$ cm, $y = 4$ cm et $U_0 = 5$ m.s^{-1}

Pour $x > c$, les oscillations sont amplifiées jusqu'à atteindre une amplitude maximale (figure 2.45). La fréquence observée est environ 5 Hz.

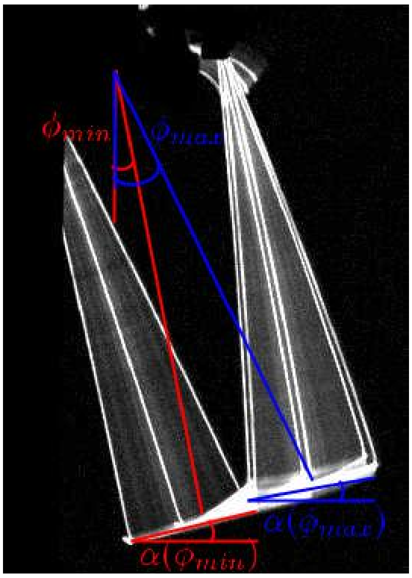
2.8.1.2 Étude quantitative de la stabilité du cerf-volant en grand tangage

La figure 2.46 montre la dépendance de la fréquence d'oscillation ω_φ avec la vitesse de l'écoulement U_0. Deux régimes distincts sont visibles : à faible vitesse d'écoulement ($U_0 < 2$ m.s^{-1}), la fréquence d'oscillation est constante ($\omega_\varphi \approx 10$ rad.s^{-1}). Pour des valeurs plus importantes de la vitesse d'écoulement ($U_0 > 2$ m.s^{-1}), la fréquence semble varier linéairement avec la vitesse.

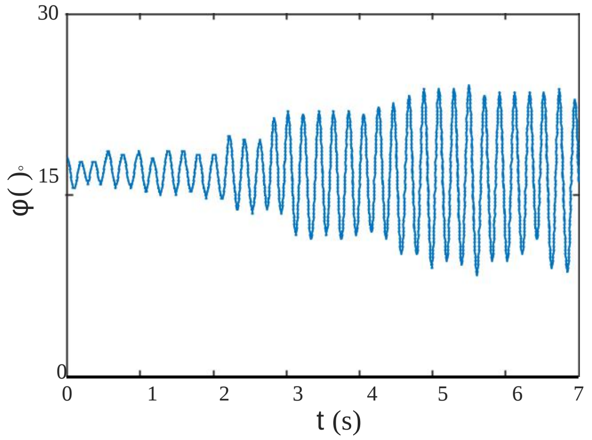
2.8.1.3 Modélisation de la stabilité du cerf-volant en grand tangage

Pour comprendre la stabilité du cerf-volant, nous étudions la dynamique d'un modèle simple représenté par le schéma 2.38b page 106.

Les seuls paramètres retenus sont L, φ et α. Pour faire ces simplifications, nous faisons plusieurs hypothèses justifiées en annexe C :



(a) Chronophotographie pour x = 6 cm. L'angle d'incidence varie de α = 16° pour φ = 9° (en rouge) à α = 13° pour φ = 24° (en bleu) pendant l'oscillation. Cette chronophotographie est la somme d'une chronophotographie de l'intégralité du mouvement et de trois positions du cerf-volant (φ maximal, minimal et moyen).



(b) Evolution temporelle de l'angle φ pour x = 6 cm

FIGURE 2.45 – Oscillations en grand tangage pour le cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) avec x = 6 cm, L_a = 15 cm, y = 4 cm et U_0 = 5 m.s^{-1}

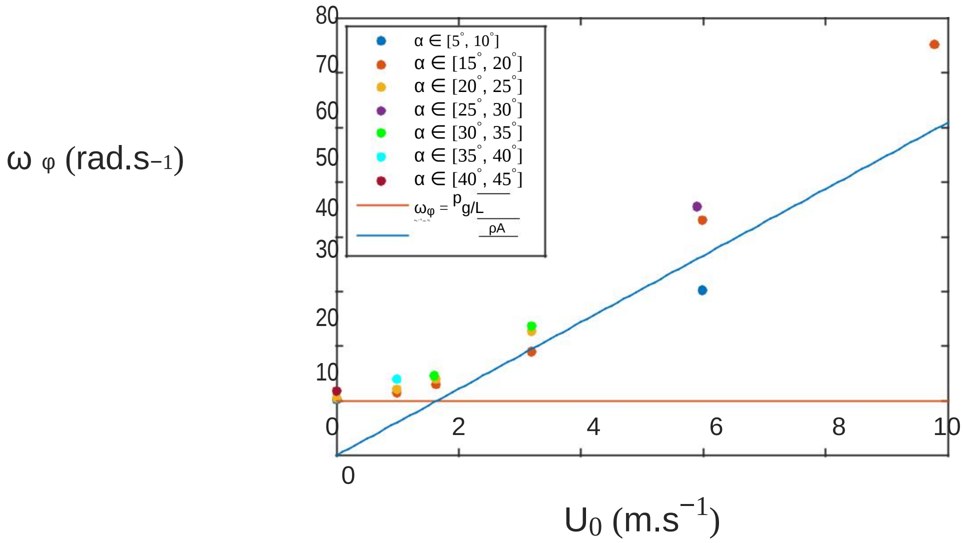


FIGURE 2.46 – Fréquence d'oscillation du cerf-volant de type 1 (tableau 2.2) en fonction de la vitesse de l'écoulement pour x = c et L = 10 cm. La ligne rouge est la pulsation du pendule simple $\omega_\varphi = \sqrt{g/L}$ et la ligne bleue a pour équation $\omega_\varphi = \sqrt{\frac{\rho A}{2M_K L}}\, U_0$ qui représente la pulsation d'un pendule en remplaçant la gravité par la force aérodynamique caractéristique $\frac{1}{2}\rho A U_0^2$

— La longueur L varie peu. Le cerf-volant est donc en quasi-rotation autour du point O
— Le moment li´e a` la tension dans les lignes est faible
— Le moment cin´etique du cerf-volant par rapport au point G est n´egligeable

On note le moment qui s’exerce sur le cerf-volant par rapport a` l’axe Oy. Le th´eor`eme du moment cin´etique appliqu´e au cerf-volant par rapport a` l’axe Oy nous donne :

$$\ddot{\varphi} - \frac{}{M_K L^2} = 0 \tag{2.52}$$

Les trois forces qui s’exercent sur le cerf-volant sont le poids, la force a´erodynamique et la tension des suspentes. Dans la limite o`u le moment des lignes est faible, on a :

$$= L\left((M_K g - F_L)\sin\varphi + F_D \cos\varphi\right) \tag{2.53}$$

En d´eveloppant ce moment autour de l’´equilibre on obtient :

$$= {}_{eq} + \frac{\partial}{\partial\varphi}_{\varphi eq}\, d\varphi + \frac{\partial}{\partial\varphi}_{0}\, d\dot{\varphi} \tag{2.54}$$

Par d´efinition, le moment est nul `a l’´equilibre 2.39 ($_{eq}$ = 0), ce qui induit :

$$\ddot{\varphi} + \lambda_\varphi \dot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = 0 \tag{2.55}$$

Avec λ_φ le coefficient de friction et ω_φ la pulsation propre de l’oscillateur qui ont pour expression :

$$\omega_\varphi^2 = -\frac{1}{M_K L^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}_{\varphi eq} \qquad \lambda_\varphi = -\frac{1}{M_K L^2}\frac{\partial}{\partial\dot{\varphi}}_{0} \tag{2.56}$$

2.8.1.3.1 D´etermination de ω_φ

Pour d´eterminer la fr´equence d’oscillation, nous devons d´evelopper la d´eriv´ee du couple autour de l’angle d’´equilibre φ_{eq}.

$$\left.\frac{\partial}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} = L\left((M_K g - F_L)\cos\varphi - F_D \sin\varphi - \left.\frac{\partial F_L}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} \sin\varphi + \left.\frac{\partial F_D}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} \cos\varphi\right) \tag{2.57}$$

En utilisant la valeur des forces de portance et de traînée

$$F_L = \frac{1}{2}\rho A c_L U_0^2, \quad F_D = \frac{1}{2}\rho A c_D U_0^2 \tag{2.58}$$

nous obtenons :

$$\left.\frac{\partial}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} = \frac{1}{2}\rho A U_0^2 L \left(\left(c_L - \frac{M_K g}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2}\right)\cos\varphi + c_D \sin\varphi - \left.\frac{\partial c_L}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} \sin\varphi + \left.\frac{\partial c_D}{\partial \varphi}\right|_{\varphi_{eq}} \cos\varphi\right) \tag{2.59}$$

Le terme surligné en bleu correspond au fait que les forces aérodynamiques ne changent pas de direction mais acquièrent un couple de rappel lorsqu'on s'éloigne de l'angle d'équilibre. Le terme surligné en rouge est dû au fait que lorsque l'angle φ change, l'angle d'incidence α change aussi. La force aérodynamique varie et influe donc sur le couple de rappel.

Pour avoir accès aux dérivées des coefficients de portance et de traînée, il faut les écrire d'une manière différente :

$$\frac{\partial c_L}{\partial \varphi} = \frac{\partial c_L}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial c_D}{\partial \varphi} = \frac{\partial c_D}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} \tag{2.60}$$

Pour obtenir l'effet de la variation de l'angle d'incidence du cerf-volant sur les oscillations, il nous faut donc connaitre plus précisément la cinématique du mouvement du cerf-volant. En particulier comment l'angle d'incidence α varie avec l'angle de grand tangage φ. Ces deux angles sont liés par la contrainte de garder les suspentes du cerf-volant tendues. La formulation implicite de ce lien est la suivante :

$$\begin{cases} x = L_a \sin\varphi_a + c\cos\alpha - l_{ar}\sin\varphi_g \\ 0 = L_a\cos\varphi_a - c\sin\alpha - l_{ar}\cos\varphi_g \end{cases} \tag{2.61}$$

En combinant ces deux équations, on obtient :

$$\tan\alpha = \frac{L_a\cos\varphi_a - l_{ar}\cos\varphi_g}{x - L_a\sin\varphi_a + l_{ar}\sin\varphi_g} \tag{2.62}$$

En utilisant les relation suivantes :

$$\varphi \approx \frac{\varphi_a + \varphi_g}{2}, \quad \varphi_a - \varphi_g \approx \frac{c\cos\alpha - x}{L} \ll 1 \tag{2.63}$$

On obtient :

$$\tan\alpha \approx \frac{L_a\cos\varphi - l_{ar}\cos\varphi + L_a\sin\varphi\,(\varphi-\varphi_a) - l_{ar}\sin\varphi\,(\varphi-\varphi_g)}{x + l_{ar}\sin\varphi - L_a\sin\varphi - l_{ar}\cos\varphi\,(\varphi-\varphi_g) - L_a\cos\varphi\,(\varphi-\varphi_a)} \tag{2.64}$$

$$\tan\alpha \approx \frac{(L_a - l_{ar})\cos\varphi + \sin\varphi\,(c\cos\alpha - x)}{x - (L_a - l_{ar})\sin\varphi + \cos\varphi\,(c\cos\alpha - x)} \tag{2.65}$$

Pour des angles α et φ faibles, nous avons la relation suivante :

$$\alpha \approx \left(1 - \frac{x}{c}\right)\varphi + \frac{L_a - l_{ar}}{c} \tag{2.66}$$

Soit :

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} \approx 1 - \frac{x}{c} \tag{2.67}$$

Cette approximation est comparée avec les valeurs calculées de manière implicite sur la figure 2.47. Dans la gamme de valeur $\alpha \in [0, 40^\circ]$, cette approximation est satisfaisante.

La fréquence d'oscillation en grand tangage s'écrit donc :

$$\omega_\varphi^2 = \omega_0^2 - \frac{\frac{1}{2}\rho A U_0^2}{M_K g}\left(c_L\cos\varphi_{eq} + c_D\sin\varphi_{eq} + \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\bigg|_{\varphi_{eq}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial c_L}\bigg|_{\varphi_{eq}}\sin\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial c_D}\bigg|_{\varphi_{eq}}\cos\varphi\right)\right) \tag{2.68}$$

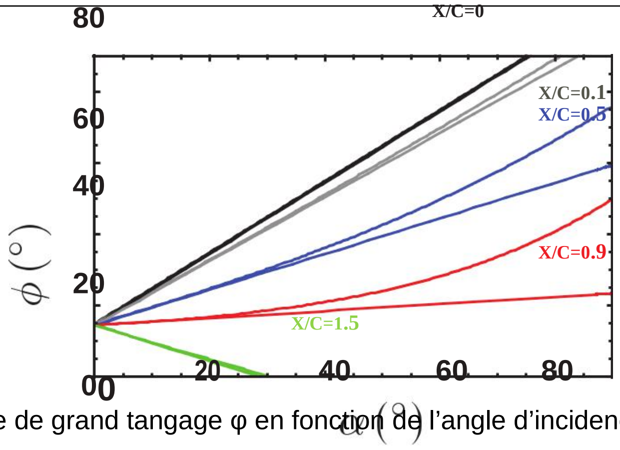


FIGURE 2.47 – Angle de grand tangage φ en fonction de l'angle d'incidence α pour diff´erentes valeurs du rapport $\frac{x}{c}$ pour L_a = 10 cm, l_{ar} = 9 cm et c = 4 cm. Les lignes continues repr´esentent le calcul implicite effectu´ `a partir de l'´equation 2.61. Les lignes en pointill´e repr´esentent l'approximation $\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} = 1 - \frac{x}{c}$

o`u :

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{1}{2}\rho A U_0^2}{M_K L} . \quad (2.69)$$

2.8.1.3.2 Suspentes parall`eles x = c

Commen¸cons par nous int´eresser au cas o`u $\frac{x}{c}$ = 1. C'est a` dire le cas o`u les suspentes sont quasiment parall`eles. Dans ce cas, ∂φ/∂α = 0. Cette ind´ependance est confirm´ee par la chrono-photographie 2.44a o`u l'angle d'incidence ne varie presque pas pendant les oscillations. Dans ce cas, la fr´equence d'oscillation du cerf-volant se r´eduit `a :

$$\omega_\varphi^2 = \omega_0^2 \left(c_L + \frac{M_K g}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2} \cos\varphi_{eq} + c_D \sin\varphi_{eq} \right) \quad (2.70)$$

Cette pr´ediction est test´ee sur la figure 2.48 pour diff´erentes vitesses. La correspondance entre la th´eorie et l'exp´erience est bonne.

On peut simplifier cette formule quand la vitesse de l'´ecoulement est tr`es faible ($\rho A U_0^2 \ll M_K g$)

$$\omega_\varphi^2 = \frac{g}{L} \quad \text{pour} \quad \rho A U_0^2 \ll M_K g$$
$$\omega_\varphi^2 = \omega_0^2 (c_L \cos\varphi_{eq} + c_D \sin\varphi_{eq}) \quad \text{pour} \quad \rho A U_0^2 \gg M_K g \quad (2.71)$$

Ces formules est test´ee dans la figure 2.46 et donne des r´esultats satisfaisants.

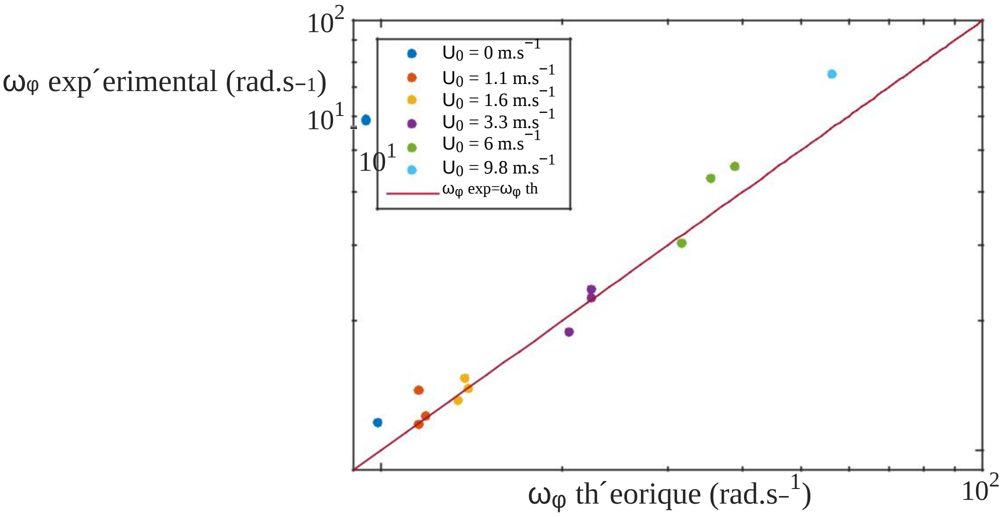


FIGURE 2.48 – Pulsation expérimentale en fonction de la pulsation théorique pour le cerf-volant de type 1 suspendu à l'envers pour x = c, L_a = 10 cm et y = 4 cm pour différentes vitesses d'écoulement. La pulsation théorique est calculée à partir de l'équation 2.71.

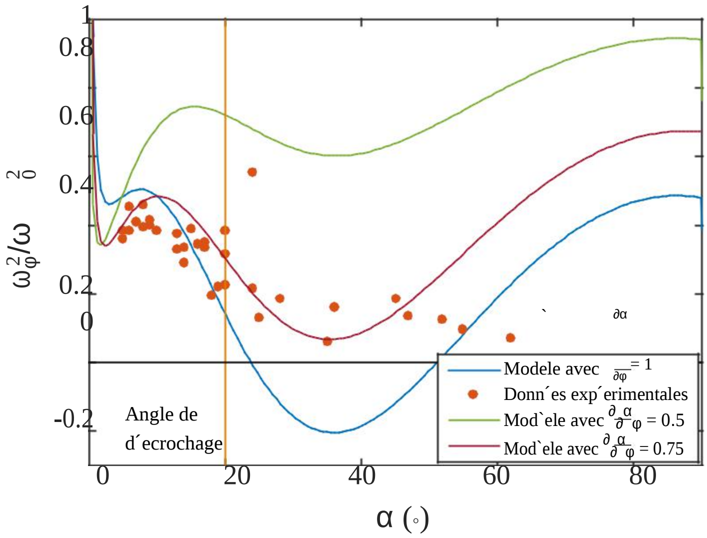


FIGURE 2.49 – $\omega_\varphi^2/\omega_0^2$ en fonction de l'angle d'incidence pour le cerf-volant de type 2 suspendu à l'envers pour x = 0, L_a = 20 cm et y = 4 cm pour U_0 = 5 m.s^{-1}. La pulsation théorique est calculée à partir de la formule 2.68. Les pulsations corrigées sont tracées pour des valeurs de $\partial\alpha/\partial\varphi = 0.5$ et $\partial\alpha/\partial\varphi = 0.75$

2.8.1.3.3 Suspentes fixées en un points x = 0

Intéressons nous maintenant au cas où x = 0. Dans ce cas, le système cerf-volant+suspentes se comporte comme un solide en rotation autour de l'axe Oy. On a donc $\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} = 1$. Le modèle et les valeurs expérimentales sont présentés sur la figure 2.49. Pour les angles d'incidence inférieurs à l'angle de décrochage ($\alpha < 20^\circ$), les données sont proches du modèle. Pour les angles plus importants, la fréquence mesurée expérimentalement varie peu alors que le modèle prédit que cette fréquence s'annule et que le cerf-volant doit devenir instable.

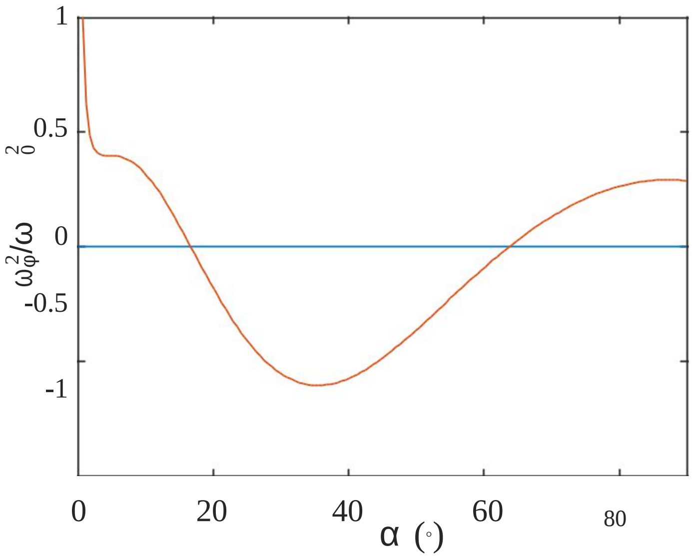


FIGURE 2.50 – $\omega_\varphi{}^2/\omega_0{}^2$ th´eorique en fonction de l'angle d'incidence pour $x/c = -0.25$. Dans ce cas, $\partial\alpha/\partial\varphi = 1.25$.

L'explication la plus plausible est que notre pr´ediction sur $\partial\alpha/\partial\varphi$ n'est pas bonne. En effet, le cerf-volant n'est pas rigide et il se d´eforme pendant ses oscillations. On peut voir sur la figure 2.43 que dans le cas o`u $x = 0$ qui devrait correspondre a` $\partial\alpha/\partial\varphi = 1$, l'amplitude de variation de α est de 7° alors que l'amplitude de variation de φ est de 14°, ce qui correspond a` $\partial\alpha/\partial\varphi \approx 0.5$. Si on modifie avec cette valeur de $\partial\alpha/\partial\varphi$, la fr´equence est surestim´ee, mais le mod`ele ne pr´evois plus d'instabilit´e. Le mod`ele semble rendre bien compte de la realit´e pour $\partial\alpha/\partial\varphi \approx 0.75$ (pointill´e rouge).

2.8.1.3.4 Suspentes crois´ees $x < 0$

Pour $x < 0$, on s'attend `a ce que le cerf-volant soit instable pour presque tous les angles d'incidence comme pr´edit sur la figure 2.50 o`u les angles d'incidence sont compris entre 15° et 65°.

2.8.1.4 Remarque sur les vibrations induites par d´etachement tourbillonnaire

Les oscillations observ´ees en grand tangage ont une fr´equence r´eguli`ere qui peut faire penser a` un d´etachement tourbillonnaire ([76], [77]). Pour tester cette hypoth`ese, nous effectuons des mesures de sillage au fil chaud. Le montage exp´erimental est pr´esent´ sur la figure 2.51. Les r ´esultats des mesures sont pr´esent´es sur la figure 2.52a. La premi`ere remarque que nous pouvons faire sur ces mesures est que les fr´equences de d´etachements tourbillonnaires sont beaucoup plus elev´ees (entre 20 Hz et 100 Hz) que les fr´equences d'oscillation observ´ees (entre 4 Hz et 8 Hz). Les oscillations des cerf-volants ont donc une autre origine que le d´etachement tourbillonnaire.

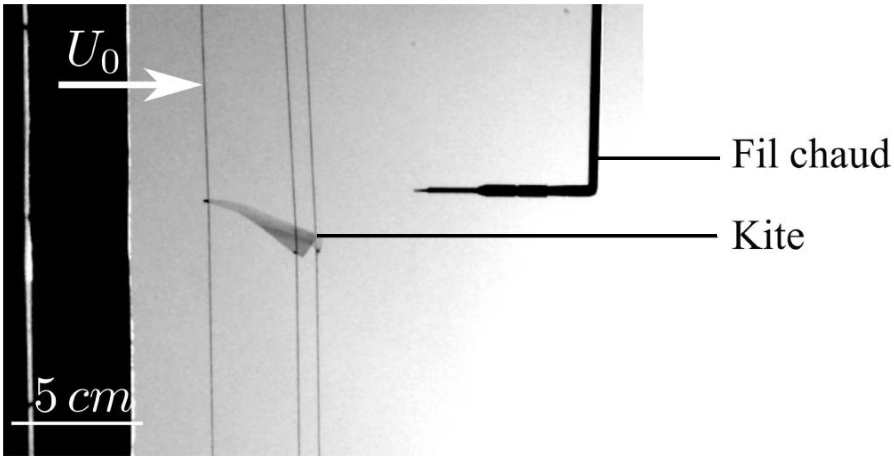
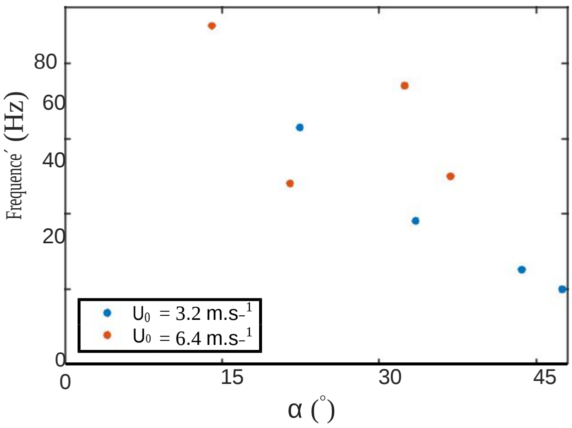
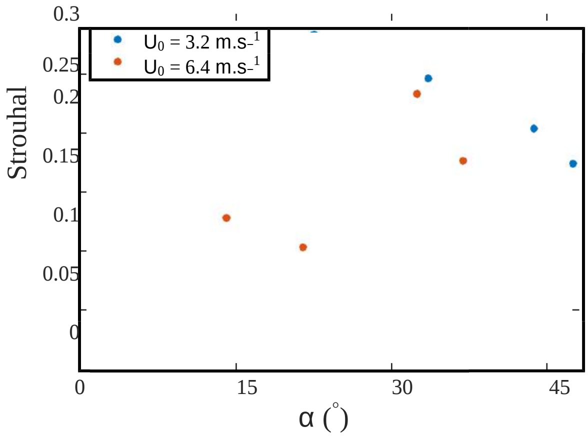


FIGURE 2.51 – Montage expérimental de la mesure du sillage au fil chaud. Les fils maintenant le cerf-volant sont tendus par des masses baignant dans l'eau pour atténuer les oscillations du montage



(a) Fréquence du détachement tourbillonnaire mesurée au fil chaud en fonction de l'angle d'incidence du cerf-volant pour différentes vitesses d'écoulement et différentes tailles de cerf-volant.



(b) Nombre de Strouhal du détachement tourbillonnaire $St = \frac{c \sin \alpha f}{U_0}$ en fonction de l'angle d'incidence pour deux vitesses d'écoulement.

FIGURE 2.52 – Mesures du détachement tourbillonnaires en aval du cerf-volant de type 1 et 2 (tableau 2.2)

Il est tout de même intéressant de calculer le nombre de Strouhal caractéristique du détachement tourbillonnaire. Si nous prenons comme dimension caractéristique du cerf-volant la projection sur la verticale de la corde de l'aile [78] nous obtenons la figure 2.52b. Le nombre de Strouhal obtenu varie entre 0.17 et 0.27 pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle de décrochage ($\alpha \approx 25°$), ce qui est la gamme attendue pour les tourbillons de Karman [53].

2.8.1.5 Conclusion : retour sur le diagramme de stabilité

L'étude de la stabilité en grand tangage nous a permis de comprendre l'instabilité du cerf-volant lorsque x est négatif. De plus, nous avons observé des oscillations auto-entretenues

pour les grandes valeurs de x. Une explication de ce ph´enom`ene est donn´ee en annexe E. Ces oscillations ne g´en`erent, en g´en´eral, pas de d´estabilisation du cerf-volant. Pour rendre compte de la d´estabilisation du cerf-volant pour les grandes valeurs de y nous devons ´etudier le mouvement de grand roulis qui semble ˆetre celui qui m`ene a` l'instabilit´e.

2.8.2 Stabilit´e en grand roulis

Les observations pr´eliminaires nous ont montr´e que certaines configurations de fixation au sol des cerf-volants avaient un effet important sur leur stabilit´e. Il apparait que lorsqu'ils tombent apr`es avoir oscill´e, l'oscillation a eu lieu principalement dans le plan du roulis (yOz) (sch´ema 2.23a).

2.8.2.1 Observation qualitative des mouvements du cerf-volant en grand roulis

Pour une configuration donn´ee (Δx, L_a, L_g et U_0 fix´es), on obtient trois comportements diff ´erents pour le vol du cerf-volant en fonction de la valeur de y.

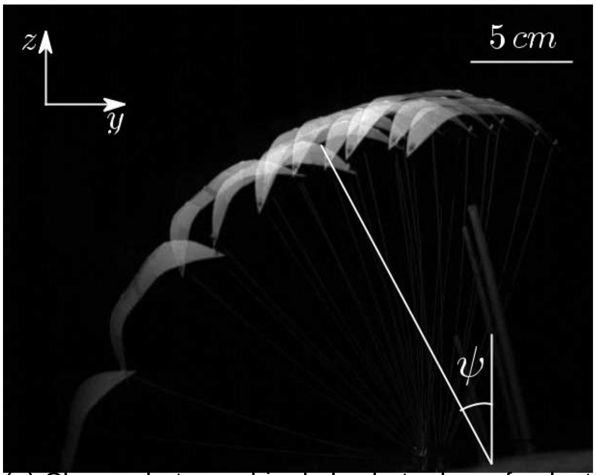
2.8.2.1.1 R´egime non oscillant

Pour des valeurs de vitesse du vent suffisantes pour que la force de portance soit plus grande que le poids du cerf-volant ($U_0 > U_0{}^*$), il est possible que le cerf-volant ne reste pas en l'air si les fixations des suspentes arri`eres sont peu ecart´ees 2.53. Nous allons nous int ´eresser a` la vitesse critique (not´ee U^*) en dessous de laquelle, pour une configuration donn´ee y, le cerf-volant ne peut plus voler.

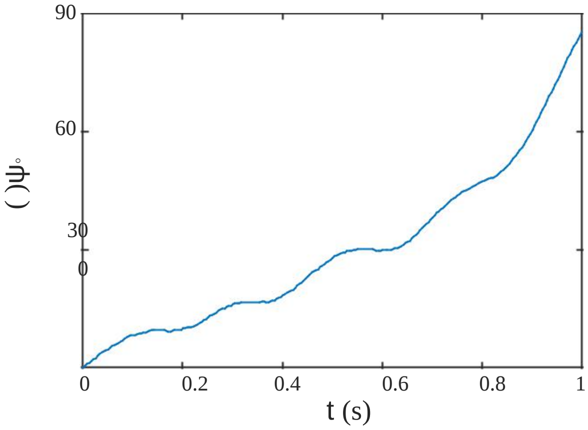
On peut voir sur la figure 2.53a une chronophotographie du vol du cerf-volant pour $U < U^*$ et figure 2.53b l'´evolution temporelle correspondante de l'angle de roulis ψ. Le cerf-volant se couche sans osciller sur un temps caract´eristique de l'ordre de la seconde et donc grand devant le temps caract´eristique de l'´ecoulement L/U_0 = 30 ms.

2.8.2.1.2 Vol stable

Pour une vitesse d'´ecoulement sup´erieure `a U^* et y suffisamment faible, le cerf-volant peut voler et osciller en roulis. La figure 2.54a montre le secteur angulaire couvert par le cerf-volant sur une dur´ee de quelques secondes. La figure 2.54b montre l'´evolution temporelle de ψ correspondante. On voit ici des fr´equences d'oscillation de l'ordre de quelques Hertz et une amplitude angulaire pouvant aller jusqu'`a 30 °. Les oscillations apparaissent moins r´eguli`eres que les oscillations en tangage.

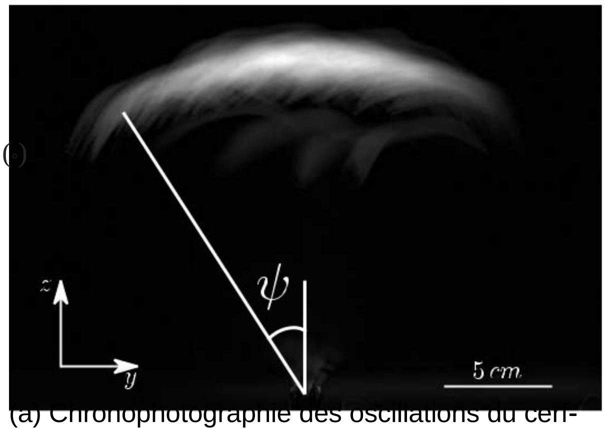


(a) Chronophotographie de la chute du cerf-volant

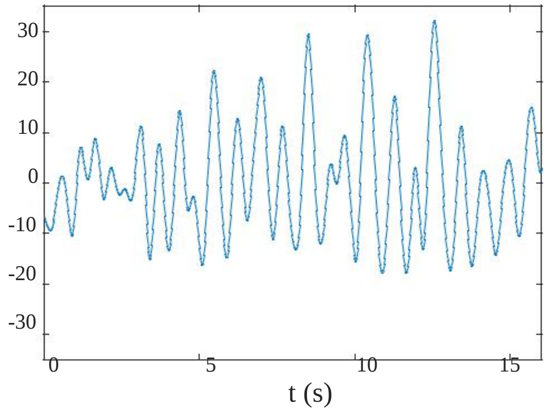


(b) Evolution temporelle de l'angle de roulis

FIGURE 2.53 – Chronophotographie et ´evolution temporelle de l'angle de grand roulis du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) pour une vitesse d'´ecoulement trop faible pour le maintenir en vol $U_0 = 5$ m.s$^{-1} < U^*$. Les param`etres de fixation sont : x = 2 cm, y = 1 cm et L_a = 15 cm.



(a) Chronophotographie des oscillations du cerf-volant sur une dur´ee de 5 s

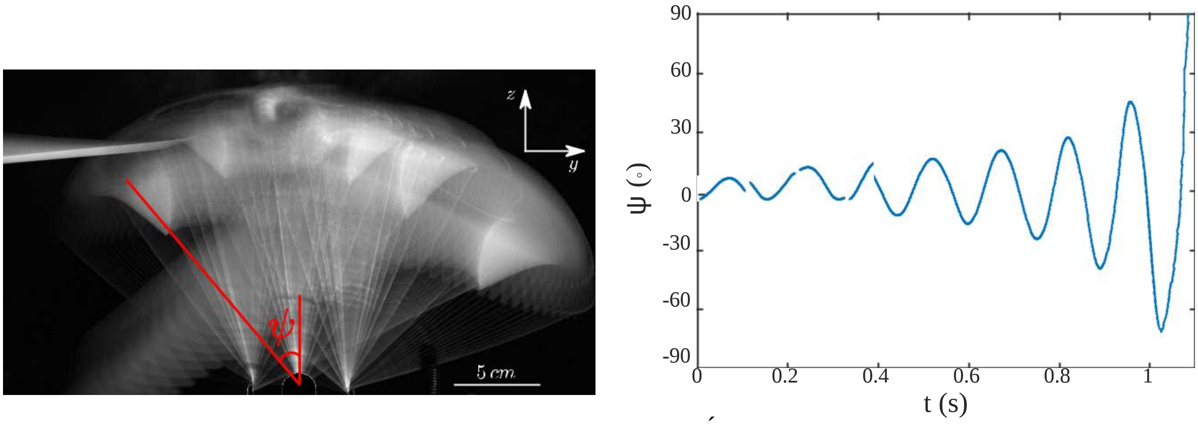


(b) Evolution temporelle de l'angle de roulis

FIGURE 2.54 – Chronophotographie et ´evolution temporelle de l'angle de grand roulis du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) dans le cas o`u la vitesse de l'´ecoulement est telle que $U_0 = 8$ m.s$^{-1} > U^*$. Les param`etres de fixation sont : x = 2 cm, y = 2 cm et L_a = 15 cm

2.8.2.1.3 Vol instable

Pour des valeurs de l'´ecartement entre les suspentes arri`eres y plus grandes que x, le cerf-volant oscille violemment et finit par tomber. La figure 2.55a montre une chronophotographie de la trajectoire prise par le cerf-volant et la figure 2.55b montre l'´evolution temporelle de ψ correspondante.



(a) Chronophotographie des oscillations puis du crash du cerf-volant

(b) Évolution temporelle de l'angle de roulis

FIGURE 2.55 – Chronophotographie et évolution temporelle de l'angle de grand roulis du cerf-volant de type 3 (tableau 2.2) dans le cas d'oscillations dont l'amplitude croit jusqu'à la chute du cerf-volant. La vitesse de l'écoulement est telle que U_0 = 8 m.s^{-1} > U^*. Les paramètres de fixation sont : x = 2 cm, y = 3.5 cm et L_a = 15 cm

2.8.2.2 Étude quantitative des mouvements du cerf-volant en grand roulis

2.8.2.2.1 Pas d'oscillation : régime gravitaire

On s'intéresse ici à l'effet des différents paramètres sur U^*. Le graphe 2.56a montre la faible dépendance de U^* en l'écart x entre les suspentes avant et arrières. On voit par contre une très forte dépendance sur l'écart y entre les suspentes arrières dans le graphe 2.56b. On peut remarquer que la valeur de U^* semble diverger quand y tend vers 0 et atteindre un plateau quand y s'approche de l'envergure s du cerf-volant (s = 8 cm pour les cerf-volants de type 1 et 3 et s = 11cm pour le cerf-volant de type 2).

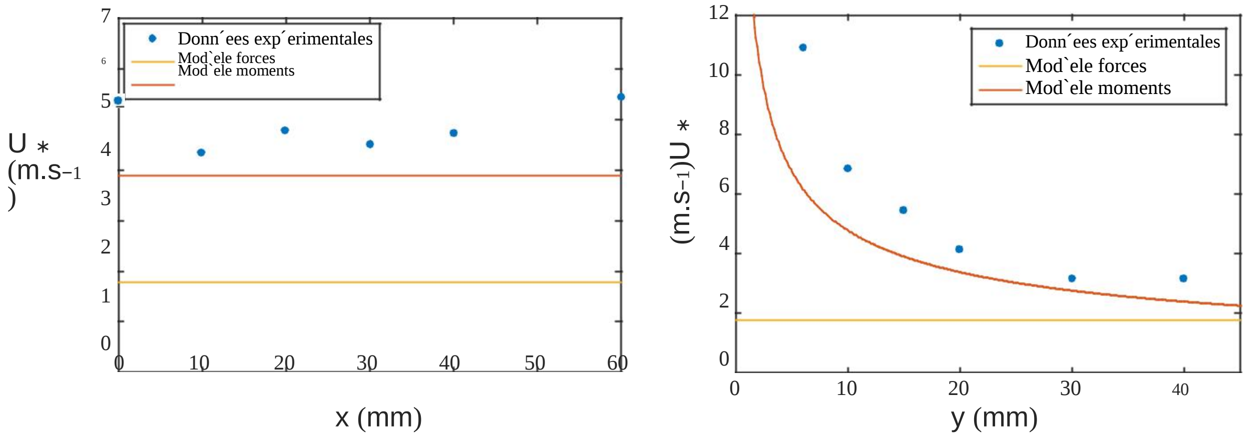
2.8.2.2.2 Régime oscillant

Pour une valeur suffisamment importante de y, le cerf-volant oscille 2.54. La figure 2.57 montre l'évolution de la pulsation ω_ψ du cerf-volant en fonction de l'écartement y pour différentes valeurs de x. Nous pouvons noter que x semble avoir un faible impact sur la fréquence d'oscillation. La fréquence d'oscillation semble tendre vers 0 quand y tend vers 0 et augmente de façon monotone avec y.

2.8.2.3 Modélisation

2.8.2.3.1 Notations spécifiques

Dans cette partie, nous nous intéressons à la projection du système sur le plan yOz. Nous allons ajouter des notations spécifiques détaillées sur la figure 2.58a.



(a) Dépendance de U^* en x pour y = 15 mm (b) Dépendance de U^* en y pour x = 30 mm.

FIGURE 2.56 – Dépendance de la vitesse minimale de vol du cerf-volant 3 avec les paramètres de fixation du cerf-volant pour une même longueur de suspente avant L_a = 150 mm. Dans ces deux figures, la courbe pleine jaune représente la vitesse minimale U^* pour laquelle la force aérodynamique compense le poids $\left(U_0^* = \sqrt{\frac{M_K g}{1/2 \rho c_L A}}\right)$. La courbe pleine rouge est le modèle donné dans l'équation 2.80 page 129 qui représente la vitesse minimale $U^* = \sqrt{\frac{2 M_K g s}{\rho_{air} A c_L y}}$ pour laquelle le moment de la force aérodynamique compense le moment du poids.

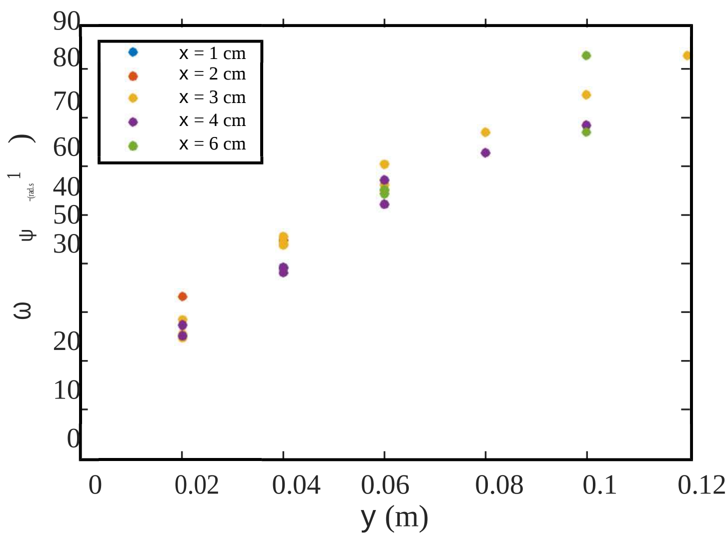


FIGURE 2.57 – Dépendance de ω_ψ en y pour différentes valeurs de x, L_a = 150 mm et $U_0 = 8$ m.s^{-1}

o_{ar} milieu du segment [O_g O_d]

k_{ar} milieu du bord de fuite

l longueur de la projection du segment [o_{ar} G] sur le plan yOz, $l = L \cos \varphi$

l_g longueur de la projection de la suspente gauche sur le plan yOz, $l_g = L_g \cos \varphi_g$

l_d longueur de la projection de la suspente droite sur le plan yOz, $l_d = L_d \cos \varphi_d$

s_c envergure effective du cerf-volant. Longueur du segment [K_g K_d]. Cette longueur est illustr´ee sur la figure 2.58b. l'´evolution de s_c en fonction des param`etres du probl`eme est faite dans l'annexe F.

2.8.2.3.2 La stabilit´e via un argument g´eom´etrique

La stabilit´e statique du cerf-volant peut ˆetre discut´ee qualitativement de mani`ere g´eom ´etrique. Pour cela on utilise les sch´emas du cerf-volant pr´esent´s sur la figure 2.58. On y voit le cerf-volant vu de derri`ere (dans le plan yOz). Seules les suspentes arri`eres sont repr´esent´ees. Lorsqu'elles restent tendues, elles imposent l'angle de roulis β du cerf-volant (figure 2.58a). Cet angle de roulis donne la direction de la force de portance F_L qui reste perpendiculaire au plan du cerf-volant. Dans cette repr´esentation simplifi´ee, le cerf-volant est en rotation autour du centre instantan´e de rotation I_ψ situ´e `a l'intersection des suspentes arri`eres.

2.8.2.3.3 Suspentes crois´ees

Dans le cas o`u les suspentes sont crois´ees (figure 2.58c). Le poids du cerf-volant et la force de portance ont un moment qui tend a` faire augmenter ψ, leur couple est d ´estabilisant. Le cerf-volant est donc instable quelle que soit la force de portance.

2.8.2.3.4 $0 < y \ll s_c$

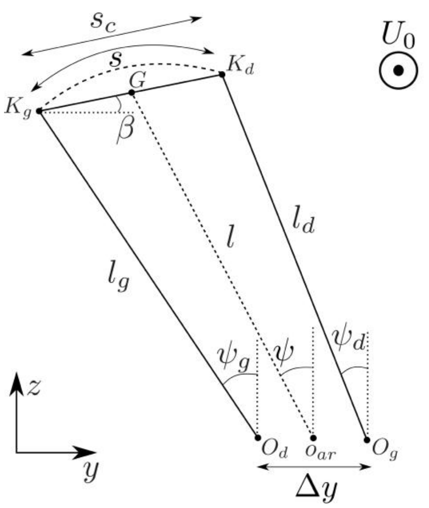
Dans ce cas (figure 2.58d), l'angle de roulis est tr`es peu diff´erent de l'angle de grand roulis. La force de portance a un tr`es faible bras de levier compar´e au poids. Le cerf-volant peut donc ˆetre instable mˆeme pour une force de portance tr`es sup´erieure au poids.

2.8.2.3.5 $y \approx s_c$

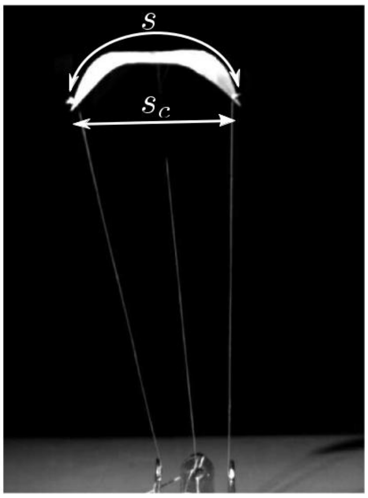
Quand l'´ecart entre les suspentes arri`eres est du mˆeme ordre que l'envergure s_c du cerf-volant (figure 2.58e), l'angle de roulis varie peu avec l'angle de grand roulis. Le bras de levier de la force de portance est alors important. Le cerf-volant est statiquement stable quand la force de portance est sup´erieure au poids.

2.8.2.3.6 $y > s_c$

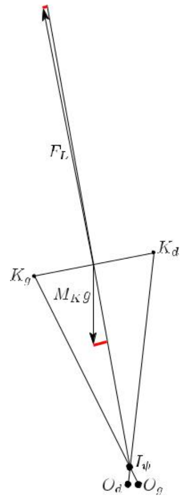
Quand les suspentes sont tr`es ecart´ees (figure 2.58f), le centre instantan´e de rotation est au dessus du cerf-volant. L'angle de roulis a un signe oppos´e `a l'angle de grand roulis. Cela se



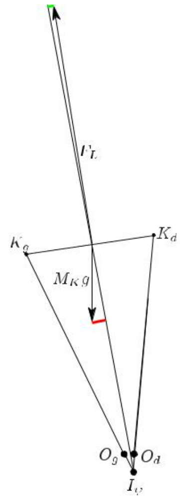
(a) Notations sp´ecifiques `a la projection du probl`eme sur le plan yOz



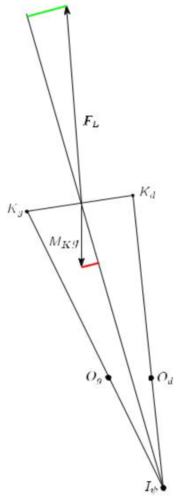
(b) D´etail de la diff´erence entre l'envergure du cerf-volant et son envergure effective



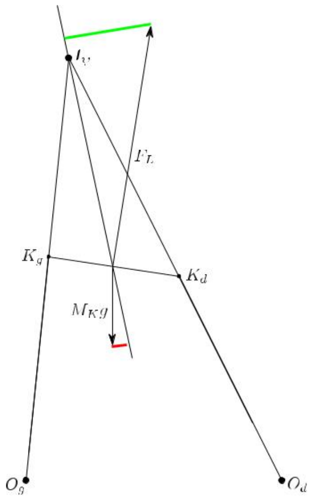
(c) y < 0



(d) y ≪ sc



(e) y ≈ sc



(f) y > sc

FIGURE 2.58 – Notations sp´ecifiques pour l'´etude du grand roulis (a). D´efnition des envergures (b). Sch´emas repr´esentant les moments du poids et de la force de portance sur le cerf-volant en roulis pour diff´erentes valeurs de y. Sont repr´esent´es en rouge les moments d´estabilisants et en vert les moments stabilisants (c-f).

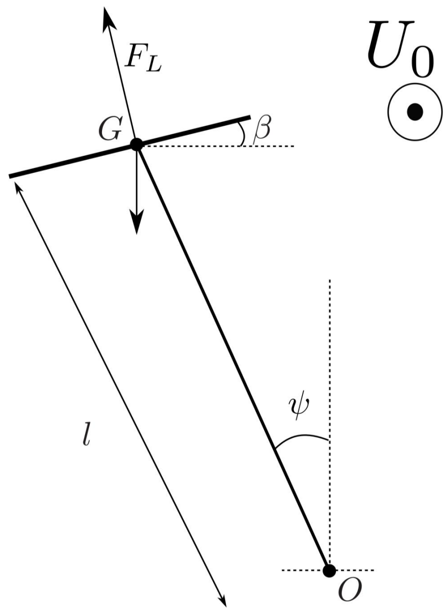


FIGURE 2.59 – Schéma simplifié du mouvement du cerf-volant autour de l'axe Ox

traduit par un bras de levier très important de la force de portance. Le cerf-volant est stable dès que la portance est supérieure au poids.

Nous allons maintenant compléter cette étude géométrique de manière quantitative.

2.8.2.3.7 Un peu de calcul

Dans cette approche, on néglige le moment cinétique du cerf-volant par rapport à son centre de gravité devant son moment cinétique par rapport au point O. Cela revient à dire que $\left(\frac{s_c}{L}\right)^2 \ll 1$.

En utilisant la modélisation simplifiée présentée sur le schéma 2.59, on peut appliquer le théorème du moment cinétique au cerf-volant par rapport au point O.

$$M_K L^2 \ddot{\psi} + \frac{1}{2}\rho A U_0^2 L \left(e_\beta \wedge e_\psi\right) - M_K g L \left(e_z \wedge e_\psi\right) .e_x = 0 \tag{2.72}$$

En développant cela donne :

$$M_K L^2 \ddot{\psi} + \frac{1}{2}\rho A U_0^2 L \left(-\sin\beta\cos\psi + \cos\beta\sin\psi\right) - M_K g L \sin\psi = 0 \tag{2.73}$$

Dans la limite des petits angles, on obtient :

$$M_K L^2 \ddot{\psi} + \frac{1}{2}\rho A U_0^2 L \left(-\beta + \psi\right) - M_K g L \psi = 0 \tag{2.74}$$

Il s'agit de trouver la relation entre β et ψ. Dans la limite des petits angles, on a les relations suivantes :

$$\frac{\psi_g + \psi_d}{2} = \psi \qquad \sin\frac{\psi_g - \psi_d}{2} = \frac{s_c - y}{2L_g \cos\varphi_g} \tag{2.75}$$

Le lien entre β et ψ se fait dans les relations :

$$\begin{aligned} y &= -L_g \cos\varphi_g \sin\psi_g + s_c \cos\beta + L_d \cos\varphi_d \sin\psi_d \\ 0 &= L_g \cos\varphi_g \cos\psi_g + s_c \sin\beta - L_d \cos\varphi_d \cos\psi_d \end{aligned} \tag{2.76}$$

Dans notre cas, $L_d = L_g$ et $\varphi_d = \varphi_g$. On peut alors écrire :

$$\tan\beta = \frac{\cos\psi_d - \cos\psi_g}{\frac{y}{L_g \cos\varphi_g} + \sin\psi_g - \sin\psi_d} \tag{2.77}$$

Dans la limite des petits angles on obtient :

$$\beta = \left(1 - \frac{y}{s_c}\right)\psi \tag{2.78}$$

L'équation du mouvement selon ψ devient donc :

$$\ddot{\psi} + \omega_\psi^2 \psi = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_\psi^2 = \frac{1}{2}\frac{\rho A c_L U_0^2}{M_K l}\frac{y}{s_c} - \frac{g}{l} \tag{2.79}$$

La première information que nous pouvons tirer de cette formule est l'existence d'une vitesse limite U^* au dessus de laquelle la pulsation ω_ψ est réelle et donc le cerf-volant stable. Cette valeur limite vaut :

$$U^* = \sqrt{\frac{2 M_K g s_c}{\rho A c_L y}} \tag{2.80}$$

La vitesse critique est indépendante de x, ce qui est en accord avec les résultats présentés sur la figure 2.56a. La valeur de cette vitesse limite est reportée sur la figure 2.56b page 125. Cette valeur théorique présente un bon accord avec les données expérimentales.

Quand la vitesse est suffisante, l'effet de la gravité est négligeable devant celui de la force aérodynamique. La pulsation peut alors s'écrire :

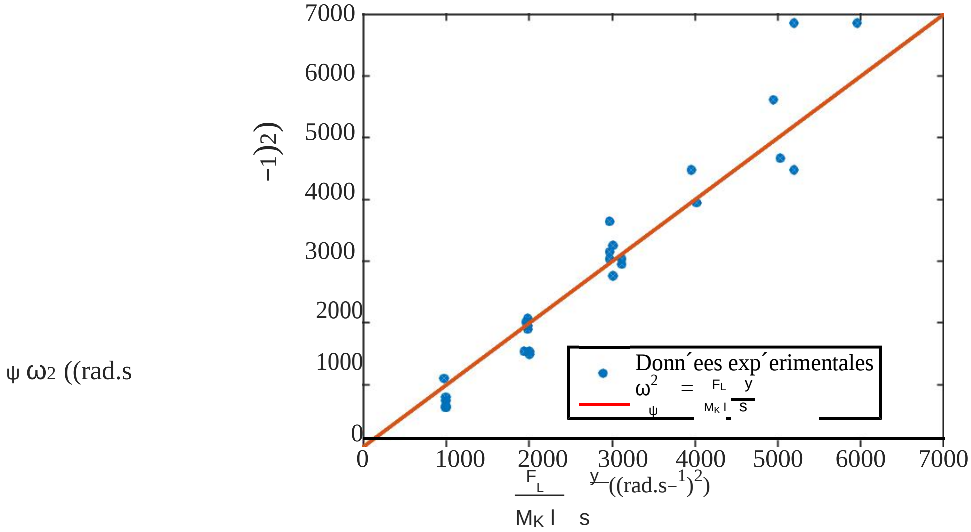


FIGURE 2.60 – Carr´e de la pulsation de l'oscillation en grand roulis en fonction de la valeur th´eorique pour le cerf-volant de type 3.

$$\omega_\psi = \frac{\frac{1}{2}\rho A C_L U_0^2}{M_K l}\frac{y}{s_c} \tag{2.81}$$

Cette valeur est compar´ee aux valeurs exp´erimentales sur la figure 2.60. L'accord est satisfaisant. Ce mod`ele valide la faible d´ependance de la fr´equence d'oscillation en x ainsi que la d´ependance lin´eaire en y.

2.8.2.4 Conclusion

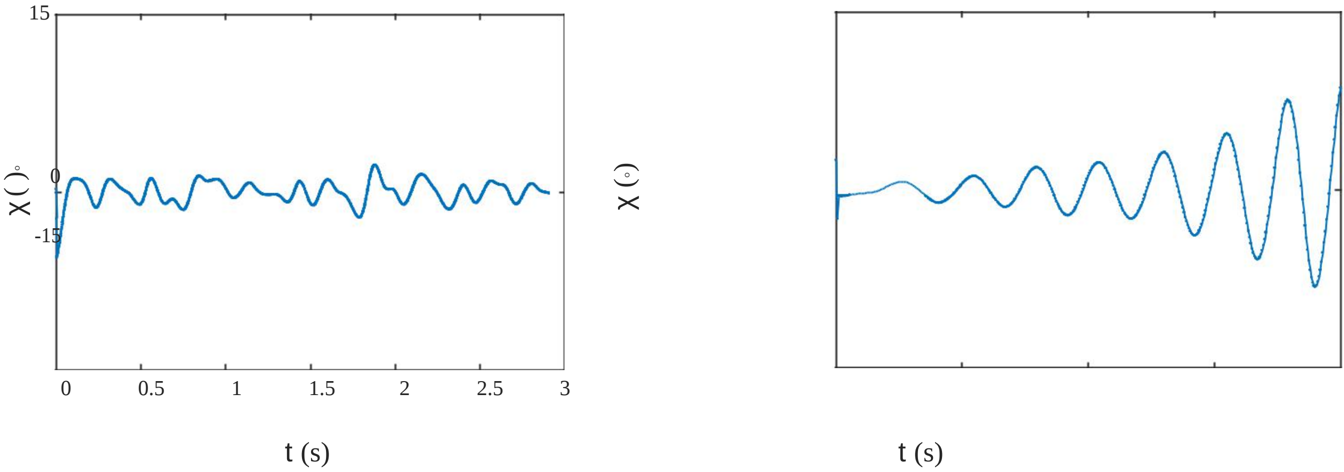
Cette ´etude de l'´equilibre du grand roulis montre que la position $\psi = 0$ est statiquement instable pour les faibles valeurs de y. Cela explique la zone instable o`u le cerf-volant tombe sans osciller dans le diagramme de stabilit´e 2.30. L'instabilit´e oscillante lorsque $y > x$ reste `a expliquer.

2.8.3 Stabilit´e en lacet

Lorsqu'on observe les oscillations de grande amplitude en roulis, on peut remarquer que l'angle de lacet (sch´ema 2.23a) varie aussi. Nous ´etudions ici les oscillations de l'angle de lacet. Nous nous attachons ici a` faire varier les param`etres x et y dont l'impact sur le lacet est le plus sensible.

2.8.3.1 Observations qualitatives des oscillations en lacet

En g´en´eral, les oscillations en lacet suivent une dynamique tr`es similaire aux oscillations en grand roulis. Pour de faibles valeurs de y, l'excitation initiale est amortie rapidement et l'amplitude



(a) y = 2 cm (b) y = 8 cm

FIGURE 2.61 – Évolution de l'angle de lacet d'un cerf-volant de type 3 en fonction du temps pour L_a = 15 cm, U_0 = 8 $m.s^{-1}$, x = 3 cm et différentes valeurs de x.

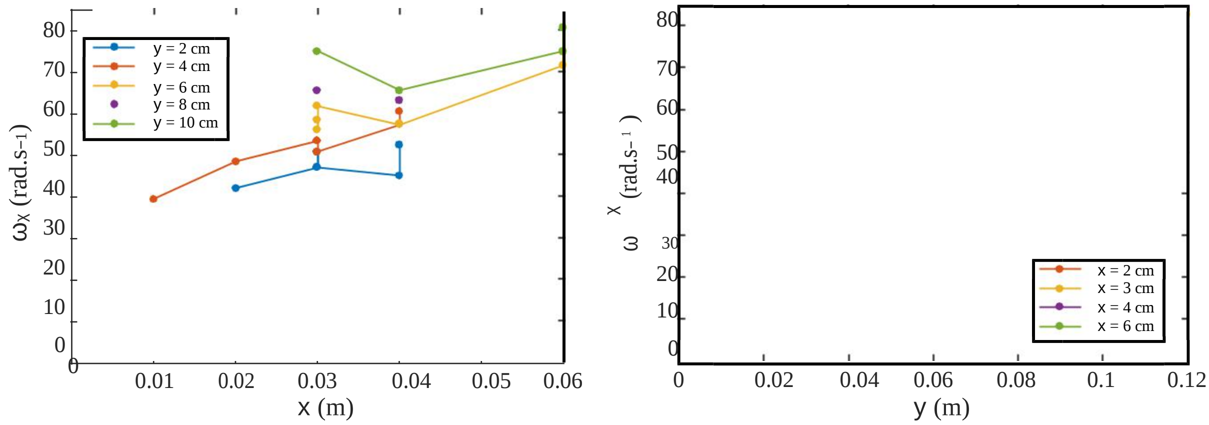
des oscillations est faible comme le montre la figure ??. Quand y est grand l'amplitude des oscillations en lacet augmente et peut diverger comme le montre la figure 2.61b.

2.8.3.2 Observations quantitatives des oscillations en lacet

Les paramètres qui paraissent les plus importants dans la fréquence d'oscillation en lacet sont les points de fixation des suspentes. La figure 2.62 donne l'effet de ces deux paramètres sur la fréquence d'oscillation en lacet. Il semble que la fréquence soit croissante en x et en y avec une loi à déterminer. Notons que la croissance en y de la fréquence d'oscillation en lacet est moins marquée que celle de l'oscillation en grand roulis. De même, x a une influence sur la fréquence d'oscillation en lacet mais n'en a pas pour l'oscillation en grand roulis. Cela rend possible des configurations où les oscillations en grand roulis et en lacet ont la même fréquence propre.

2.8.3.3 Modélisation

Du fait de la géométrie complexe du problème, nous n'avons pas accès directement à l'expression analytique de la fréquence d'oscillation en lacet. Nous allons d'abord nous intéresser à un cas simplifié présenté sur le schéma 2.63 que nous utiliserons dans un second temps pour nous rapprocher du cerf-volant réel. On choisit les points O_a, O_g et O_d sur un triangle equilatéral de côté $a\sqrt{3}$ et le point O au centre de gravité de ce triangle. De même K_a, K_g et K_d sont choisis sur un triangle equilatéral de côté $b\sqrt{3}$ et le point G au centre de gravité de ce triangle. Les trois suspentes sont choisies de la même longueur L_a. On se place à un angle $\varphi = 0$ et $\psi = 0$, ce qui correspond à une force aérodynamique selon l'axe Oz.



(a) Pulsation de l'oscillation en lacet en fonction de x

(b) Pulsation de l'oscillation en lacet en fonction de y

FIGURE 2.62 – Effet des param`etres de fixation au sol sur la fr´equence d'oscillation en lacet du cerf-volant de type 3 pour L_a = 15 cm et $U_0 = 8$ m.s^{-1}.

Pour toutes les quantit´es etudi´ees, l'indice 0 correspond `a la configuration non d´eform´ee ($\chi = 0$). Ainsi, L est la distance OG apr`es d´eformation et L_0 est la distance OG pour $\chi = 0$.

Lorsqu'on impose un angle de lacet initial χ au cerf-volant dans cette configuration, la distance L diminue. On peut ´ecrire l'´energie potentielle E_p associ´ee a` la force a ´erodynamique dans cette situation :

$$E_p = E_0 - F.OG = F\,(L_0 - L) \tag{2.82}$$

Il s'agit de d´eterminer la longueur L en fonction de χ. Pour cela, ´ecrivons les coordonn´ees du point K_a de deux mani`eres diff´erentes :

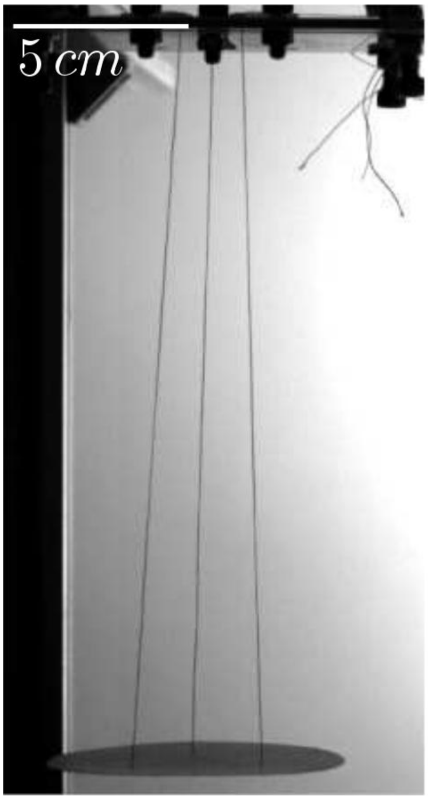
$$OK_a = OG + GK_a = OO_a + O_aK_a \tag{2.83}$$

A l'´equilibre,

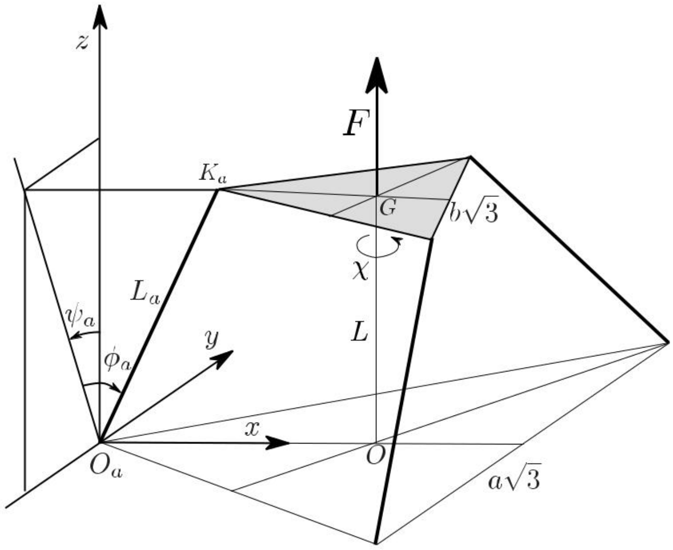
$$OK_a = \begin{pmatrix} -b \\ 0 \\ L_0 \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} -a - L_a \sin\varphi_{a0} \\ 0 \\ L_a \cos\varphi_{a0} \end{pmatrix} \tag{2.84}$$

On en d´eduit deux relations importantes :

$$\sin\varphi_{a0} = \frac{b - a}{L_a} \tag{2.85}$$



(a) Photo de l'exp´erience de mesure de ω_χ pour un cerf-volant soumis à la gravit´e.



(b) Sch´ema explicatif de l'exp´erience.

FIGURE 2.63 – Exp´erience simplifi´ee ainsi qu'un exemple utilis´e pour valider le mod`ele.

Et :

$$L_0 = L_a \cos\varphi_{a0} = L_a \sqrt{1 - \left(\frac{b-a}{L_a}\right)^2} \tag{2.86}$$

Pour un petit angle χ, la relation 2.84 devient :

$$K_a = \begin{pmatrix} b\cos\chi \\ b\sin\chi \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - L_a\sin\varphi_a\cos\psi_a \\ -L_a\sin\varphi_a\sin\psi_a \\ L_a\cos\varphi_a \end{pmatrix} \tag{2.87}$$

En d´eveloppant autour de l'´equilibre on obtient :

$$\frac{b}{L_a}\chi^2 = a + L_a \sin\varphi_a + L_a \cos\varphi_{a0}(\varphi_a - \varphi_{a0}) - L_a \sin\varphi_{a0}\frac{\psi_a^2}{2}$$

$$\chi = \frac{1-2}{b}\sin\varphi_{a0}\;\psi_a \tag{2.88}$$

$$L - L_0 = - L_a \sin\varphi_{a0}(\varphi_a - \varphi_{a0})$$

Les deux premi`eres ´equations permettent d’´ecrire :

$$\frac{ab}{L_0(b-a)}\frac{\chi^2}{2} \tag{2.89}$$

On obtient donc :

$$E_p = \frac{ab}{L_0}F\chi^2 = \frac{ab}{L_a\left(1-\frac{bL_a a}{2}\right)}F\chi^2 \tag{2.90}$$

Par ailleurs, l’´energie cin´etique du cerf-volant vaut :

$$E_c = \frac{1}{2}J_z\dot{\chi}^2 \tag{2.91}$$

De la conservation de l’´energie ($E_c + E_p = E_0$), on d´eduit l’´equation du mouvement :

$$\ddot{\chi} + \omega_\chi^2\chi = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_\chi^2 = \frac{ab}{J_z L_0}F = \frac{ab}{J_z L_a\left(1-\frac{}{}\right)^2}F \tag{2.92}$$

Pour valider ce mod`ele, on effectue l’exp´erience avec un disque suspendu soumis `a son poids pour diff´erentes valeurs de L_a, a et b. Une photo de l’exp´erience est montr´ee figure 2.63a. Dans ce cas, la fr´equence th´eorique vaut :

$$\omega_\chi^2 = \frac{ab}{J_z L_0}M_K\, g \tag{2.93}$$

La comparaison entre la fr´equence d’oscillation mesur´ee et la fr´equence th´eorique est pr´esent´ee sur la figure 2.64. Les donn´ees exp´erimentales sont proches des valeurs calcul´ees ce qui valide ce mod`ele.

On peut se demander si ce mod`ele simplifi´e peut ˆetre appliqu´e au cas d’un cerf-volant. En effet, dans le cas du cerf-volant, les triangles $O_aO_g\,O_d$ et $K_aK_gK_d$ ne sont pas equilat´eraux, et les suspentes ne sont pas de la mˆeme longueur. Dans le mod`ele, a r´ef`ere `a la fois `a x et y. Nous

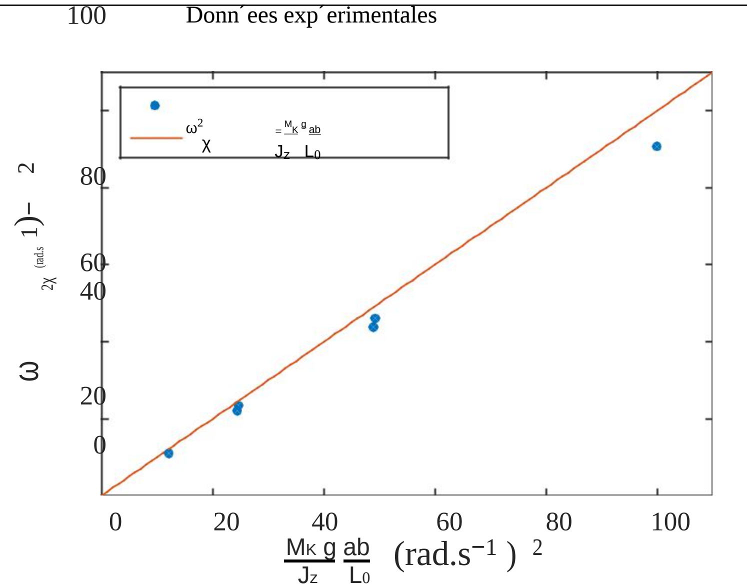
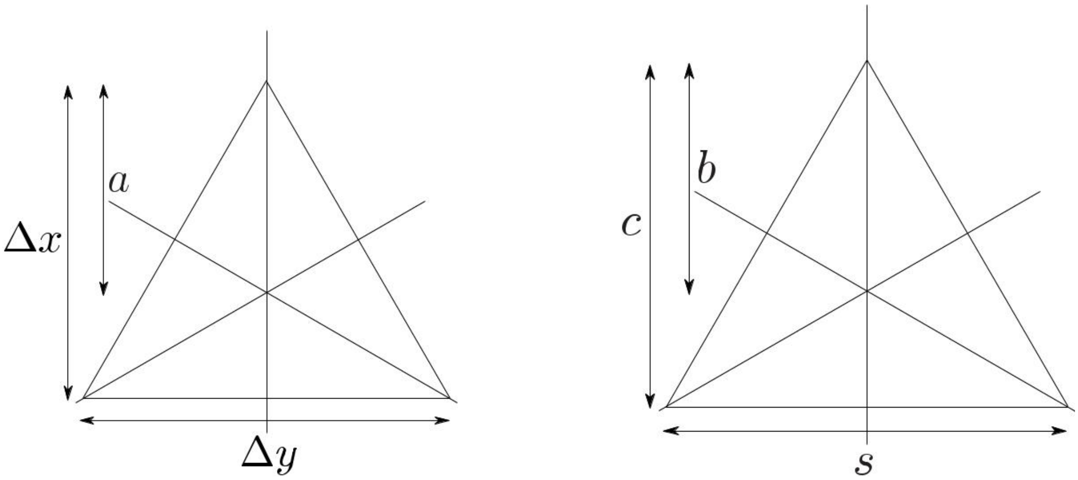


FIGURE 2.64 – Carré de la pulsation ω_χ en fonction de la valeur théorique $\frac{ab}{J_z L_0} M_K g$.



(a) Comparaisons des longueurs a, x et y sur un même triangle menant aux substitutions de l'équation 2.94.

(b) Comparaisons des longueurs b, c et s sur un même triangle menant aux substitutions de l'équation 2.94.

FIGURE 2.65 – Schémas explicatifs des substitutions 2.94

devons donc l'adapter pour rendre compte du fait que Δx et Δy peuvent avoir un effet sur la fréquence d'oscillation en lacet. Nous faisons de même pour b qui joue à la fois le rôle de la corde c et de l'envergure s. Dans le problème simplifié, $a = \frac{2}{3}\Delta x = \frac{\sqrt{3}}{3}\Delta y$ et $b = \frac{2}{3}c = \frac{\sqrt{3}}{3}s$. Ces longueurs sont présentées sur la figure 2.65. Pour donner la même importance à Δy et à Δx et s et c, nous faisons les substitutions suivantes :

$$a_{eq} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\Delta x + \frac{\sqrt{3}}{3}\Delta y\right)$$
$$b = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}c + \frac{\sqrt{3}}{3}s\right) \tag{2.94}$$

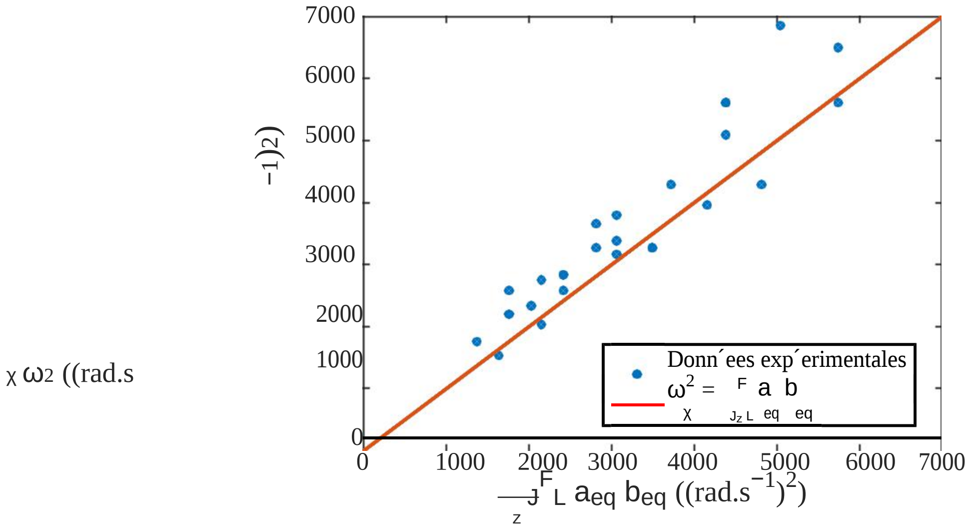


FIGURE 2.66 – Pulsation carr´ee de l'oscillation en lacet en fonction de la valeur th´eorique.

Nous testons la validit´e de ce mod`ele sur la figure 2.66 o`u nous reprenons les fr´equences pr´esent´ees sur la figure 2.62. Ce mod`ele semble bien correspondre a` la r´ealit´. L'observation en d´etail des oscillations en roulis et en lacet montre que ces deux mouvement semblent avoir un comporte-ment similaires dans les cas o`u le cerf-volant est instable. Un couplage entre ces deux modes d'oscillation pourrait expliquer ces instabilit´es.

2.8.3.4 Conclusion

L'´etude des oscillations en lacet montre que l'amplitude de ces oscillations semble tr`es li´ee a` celle des oscillations en grand roulis. Nous ´etudions maintenant le couplage qui peut exister entre ces deux oscillations.

2.9 Couplage et instabilit´e

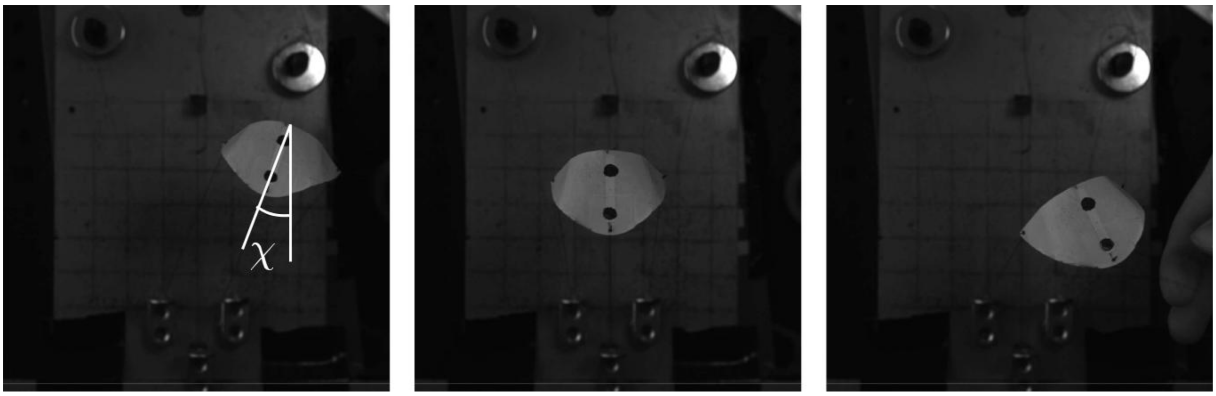
Le couplage de mode pr´esent´ dans la partie 2.2.2.3 page 74 montre qu'un comportement instable peut apparaitre dans une structure o`u deux degr´es de libert´e ont des fr´equences propres proches.

2.9.1 Mise en ´evidence du couplage

Les exp´eriences visant a` mesurer les fr´equences d'oscillation en grand roulis et en lacet montrent qu'il est difficile d'isoler ces deux directions d'oscillation. Cela peut s'expliquer par un couplage g´eom ´etrique via les suspentes entre ces deux mouvements. Pour v´erifier cela, nous mesurons simultan ´ement l'´evolution temporelle de l'angle de grand roulis ψ et de l'angle de lacet χ.

2.9.2 Dispositif exp´erimental

Pour mesurer simultan´ement les angles φ, ψ et χ, nous dessinons deux points noirs sur le cerf-volant blanc de type 3 (figure 2.67). Le cerf-volant est film´e par dessus. Par analyse d'image, nous mesurons la position de ces deux points noirs en fonction du temps. Cette mesure nous permet d'avoir acc`es a` la position du cerf-volant qui nous donne les angles de grand roulis φ et de grand tangage ψ, et a` l'angle de lacet χ.

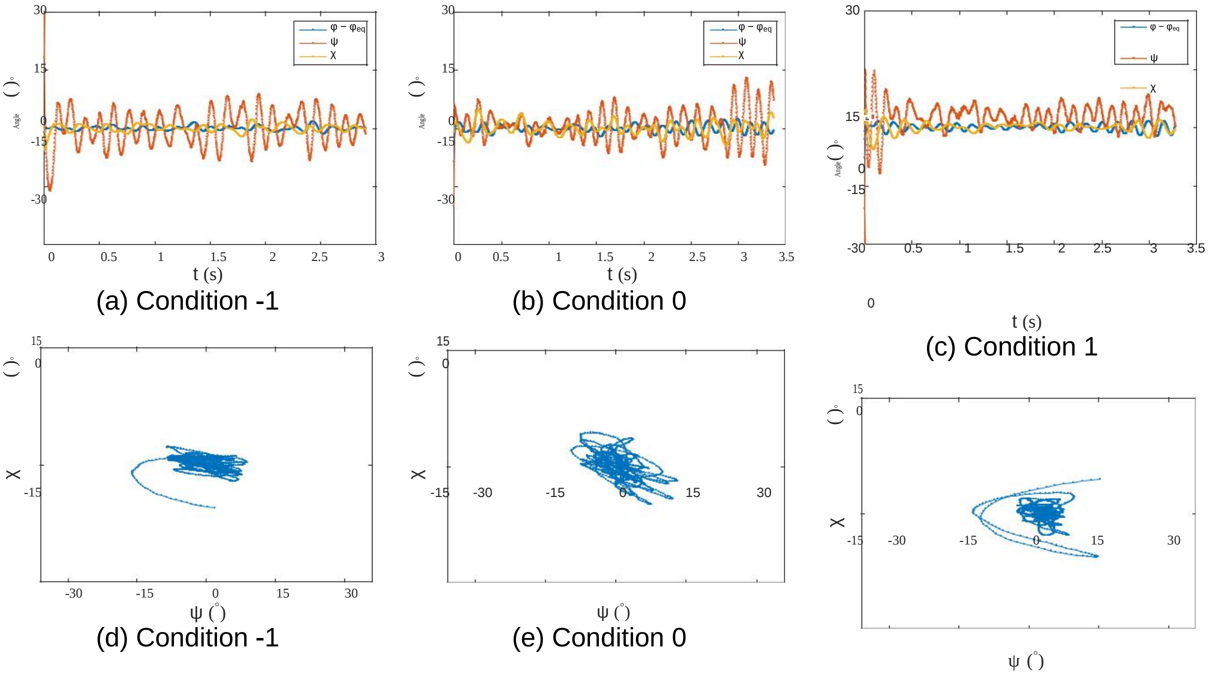


(a) Condition -1 : $\psi < 0$ et $\chi > 0$ (b) Condition 0 : $\psi = 0$ et $\chi = 0$ (c) Condition 1 : $\psi > 0$ et $\chi > 0$

FIGURE 2.67 – Diff´erentes conditions initiales pour l'excitation du cerf-volant.

L'exp´erience consiste a` filmer les mouvements du cerf-volant avec trois conditions initiales diff´erentes (figure 2.67) :

- Condition -1 : $\varphi \approx \varphi_{eq}$, $\psi < 0$ et $\chi > 0$ (figure 2.67a). Le cerf-volant est maintenu par un fil fin attach´e a` sa suspente arri`ere gauche et coup´ee au d´epart de la mesure.
- Condition 0 : $\varphi \approx \varphi_{eq}$, $\psi = 0$ et $\chi = 0$ (figure 2.67b). Le cerf-volant est maintenu dans sa position d'´equilibre puis lˆach´e au d´ebut de l'exp´erience.



(a) Condition -1 (b) Condition 0 (c) Condition 1

(d) Condition -1 (e) Condition 0 (f) Condition 1

FIGURE 2.68 – Angle de grand tangage (bleu), grand roulis (rouge) et lacet (jaune) en fonction du temps pour le cerf-volant de type 3 et L_a = 15 cm, U_0 = 8 m.s^{-1}, x = 3 cm et y = 2 cm (a, b et c). L'angle de lacet en fonction de l'angle de grand roulis correspondant est donn´e sur les figures d, e et f.

— Condition 1 : $\varphi \approx \varphi_{eq}$, $\psi > 0$ et $\chi > 0$ (figure 2.67c). Le cerf-volant est maintenu par un fil fin attach´e a` sa suspente avant et coup´ee au d´epart de la mesure.

Remarque : nous nous placerons toujours dans le cas o`u $U_0 > U^*$ pour pouvoir observer des oscillations c'est `a dire quand y est suffisamment grand.

2.9.2.1 Observations qualitatives

Comme nous l'avions d´ej`a not´e sur la figure 2.30 page 96, le comportement du cerf-volant d´epend beaucoup des ´ecarts entre les suspentes au sol x et y.

2.9.2.1.1 $y \ll x$

La figure 2.68 pr´esente l'´evolution temporelle des angles de grand tangage, grand roulis et lacet du cerf-volant dans une situation o`u il est stable. Nous pouvons remarquer que l'amplitude des oscillations est faible (environ 10° pour le grand roulis et moins de 5° pour le lacet et le grand tangage). La comparaison entre les diff´erentes conditions initiales montre que celles-ci n'ont pas une grande importance. Le r´egime permanent est atteint apr`es une ou deux oscillations. Il est a` noter que les fr´equences d'oscillation dans les trois directions sont diff´erentes (ω_φ = 39 rad.s^{-1}, ω_ψ = 24 rad.s^{-1} et ω_φ = 47 rad.s^{-1}) .

Les figures 2.68d, 2.68e et 2.68f montrent l'´evolution de l'angle de lacet en fonction de l'angle de grand tangage. L'aspect chaotique de ces graphes permet de visualiser que les deux angles ont une fr´equence d'oscillation diff´erente et ne sont donc pas coupl´es.

2.9.2.1.2 y ≈ x

La figure 2.69 pr´esente l'´evolution temporelle des angles de grand tangage, grand roulis et lacet du cerf-volant dans une situation limite entre la zone stable et la zone instable. Il appara ˆıt ici que les conditions initiales sont importantes.

2.9.2.1.2.1 Condition initiale -1

La condition initiale -1 (figures 2.69a et 2.68d) m`ene a` un comportement stable. L'oscillation en grand tangage garde une amplitude (≈ 3°) et une pulsation (≈ 45 rad.s^{-1}) constantes durant toute l'oscillation. Les comportements en grand roulis et en lacet suivent un sch´ema similaire : la perturbation initiale de grande amplitude est amortie apr`es environ 0.5 s, les deux angles varient ensuite de mani`ere erratique pendant 2 s. Un ´etat d'oscillation stationnaire d'amplitude relativement constante (ψ ≈ 10° et χ ≈ 2°) est ensuite atteint. Les fr´equences d'oscillation en grand roulis et en lacet semblent identiques. Cette observation est valid´ee par la figure 2.69d.

2.9.2.1.2.2 Condition initiale 0

La condition initiale 0 (figures 2.69b et 2.68e) m`ene a` un comportement stable. L'oscillation en grand tangage garde une amplitude (≈ 3°) et une pulsation (≈ 45 rad.s^{-1}) constantes durant toute l'oscillation. Le cerf-volant oscille en grand roulis et en lacet r´eguli`erement avec une am-plitude variant entre 10° et 20° pour le grand roulis et entre 3° et 5° pour le lacet. Le rapport d'aspect de l'ellipse form´ee par la figure 2.69e semble constant. Cela signifie que les fr´equences d'oscillation en grand roulis et en lacet sont ´egales (≈ 9 Hz) et que le d ´ephasage est constant (≈ π/3 rad).

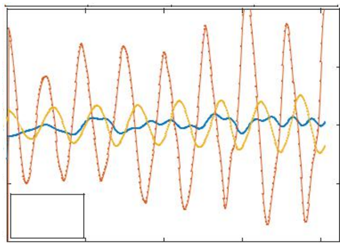
2.9.2.1.2.3 Condition initiale 1

La condition initiale 1 (figures 2.69c et 2.68f) m`ene a` un comportement instable. L'oscillation en grand tangage est erratique et de faible amplitude (≈ 3°). Les oscillations en grand roulis et en lacet sont r´eguli`eres avec un d´ephasage constant (≈ π/2 rad). L'amplitude croit r´eguli`erement et le cerf-volant tombe apr`es environs 8 oscillations.

2.9.2.1.3 y ≫ x

La figure 2.70b pr´esente l'´evolution temporelle des angles de grand tangage, grand roulis et lacet du cerf-volant dans une situation o`u il est instable. Le comportement est tr`es similaire `a celui observ´ pour les figures 2.69c et 2.69f. Le taux de croissance de l'amplitude des oscillations

Angle (◦)



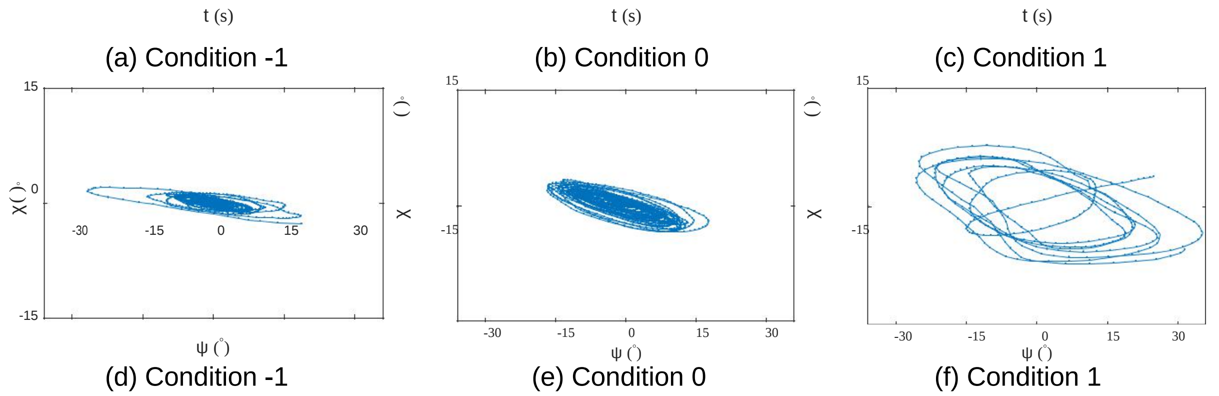


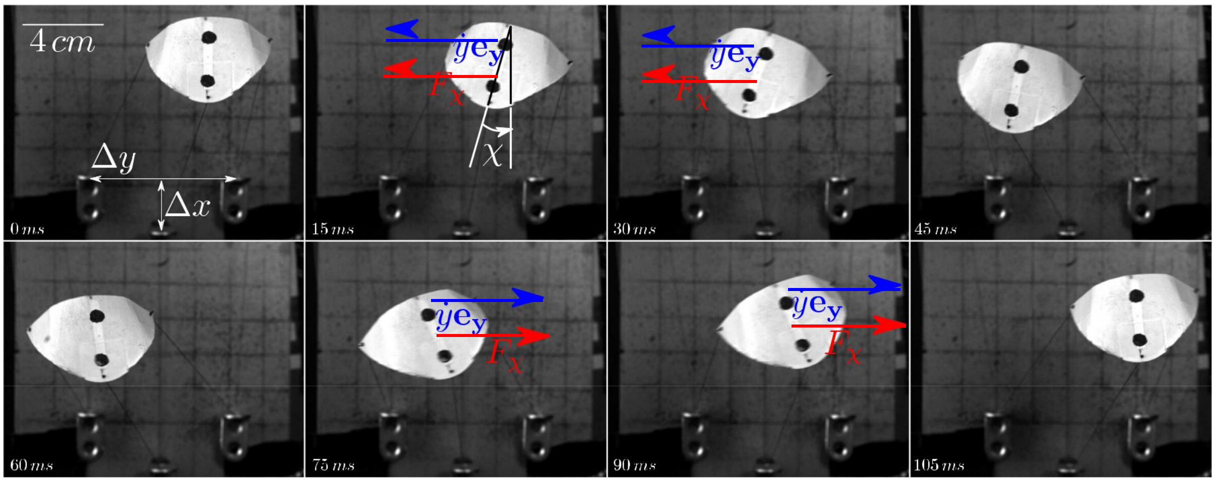
FIGURE 2.69 – Angle de grand tangage (bleu), grand roulis (rouge) et lacet (jaune) en fonction du temps pour L_a = 15 cm, U_0 = 8 m.s^{-1}, x = 3 cm et y = 6 cm (a, b et c). L'angle de lacet en fonction de l'angle de grand roulis correspondant est donn ´e sur les figures d, e et f.

en grand roulis et en lacet appara^ıt plus elev´ : le cerf-volant tombe apr`es 7 oscillations sans excitation initiale.

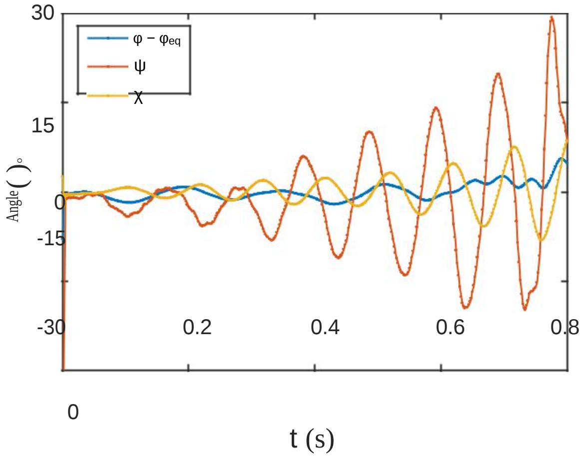
La figure 2.70a permet de visualiser l'oscillation du cerf-volant pour une configuration instable. Nous pouvons voir que le lacet est en avance d'environ π/2. Cette instabilit´e ressemble a` une instabilit´e de flottement pr´esent´ee dans la section 2.2.2.3. En effet, si le lacet a un effet sur la force de rappel en grand roulis, le cerf-volant peut prendre o`u donner de l'´energie a` l'´ecoulement. Sur la figure 2.70a est repr´esent´ l'exemple o`u un lacet positif $\chi > 0$ a un effet positif $F\chi$ sur le grand roulis. Dans ce cas, le cerf-volant prend de l'´energie a` l'´ecoulement et doit ^etre instable.

Ces observations laissent `a penser que lorsque l'´ecart entre les suspentes arri`eres y est impor-tant, les fr´equences d'oscillation du grand roulis et du lacet deviennent ´egales et un d´ephasage constant entre ces deux signaux se met en place. Dans cette situation, les oscillations sont r´eguli`eres et de grande amplitude. Ce comportement est similaire au flottement des ailes d'avions : un syst`eme `a deux degr´es de libert´ dont les fr´equences propres sont proches voit appara^ıtre un accrochage de fr ´equences entre ces deux degr´es de libert´ et des oscillations fortement amplifi´ees.

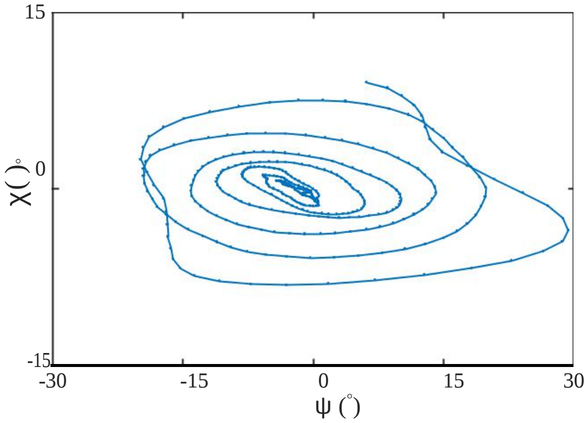
Remarque : dans cette configuration, le cerf-volant est trop instable pour avoir acc`es aux condi-tions initiales −1 et 1. En effet, le cerf-volant tombe soit avant qu'on ait pu le l^acher, soit sans avoir oscill´e.



(a) Chronophotographie d'une p´eriode d'oscillation et visualisation d'un effet d´estabilisant de l'angle de lacet.



(b) Angles en fonction du temps



(c) Angle de lacet en fonction de l'angle de grand roulis

FIGURE 2.70 – Visualisation de l'instabilis´e du cerf-volant pour L_a = 15 cm, U_0 = 8 m.s^{-1}, x = 3 cm et y = 8 cm

2.9.2.2 Accrochage de fr´equence

Nous tra¸cons sur la figure 2.71 l'´evolution des pulsations de lacet ω_χ et de grand roulis ω_ψ en fonction de y qui appara^ıt ^etre le param`etre de contr^ole le plus pertinent pour cette ´etude. Pour les faibles valeurs de ce param`etre ($\Delta y < 0.06$ m), les mouvements de grand roulis et de lacet ont des fr´equences diff´erentes et le cerf-volant est stable. Pour y = 0.06 m, les fr ´equences du grand roulis et du lacet sont tr`es proches ; les conditions initiales de type −1 et 0 m`enent a` un comportement stable et la condition initiale de type 1 m`ene a` un comportement instable. Pour des suspentes plus ecart´ees ($\Delta y > 0.06$ m), les fr´equences du grand roulis et du lacet sont identiques et le mouvement est instable. Ce comportement ressemble donc a` un accrochage de fr´equence o`u la variation du param`etre y fait se rapprocher deux fr´equences propres du syst`eme. Quand les fr´equences deviennent trop proches, les deux modes adoptent une fr´equence commune et l'amplitude des oscillations devient tr`es importante.

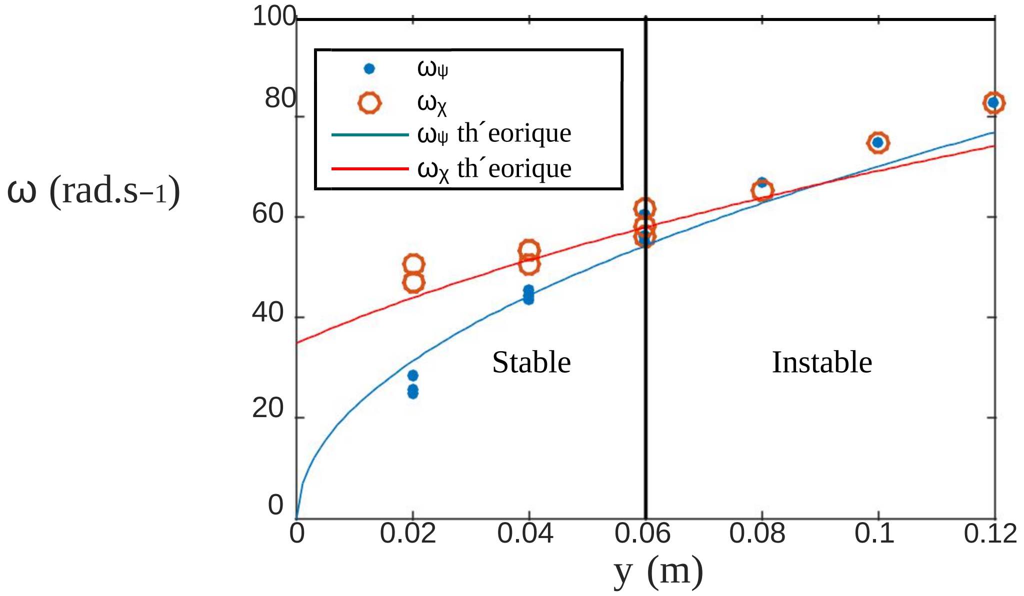


FIGURE 2.71 – Pulsation en grand roulis et en lacet en fonction de y pour L_a = 0.15 m, U_0 = 8 m.s^{-1}, x = 3 cm et $\alpha_{eq} \approx 20^\circ$. Les courbes pleines pr´esentent les mod`eles th´eoriques calcul´es dans les parties 2.8.2 et 2.8.3. La ligne pointill´ee verticale s´epare la zone d'oscillation stable de la zone d'oscillation instable.

2.9.3 Explication physique du couplage

Quand les fr´equences propres du grand roulis et du lacet sont proches, un couplage appara^ıt entre ces deux directions. Nous tentons ici de donner une explication physique a` ces couplages.

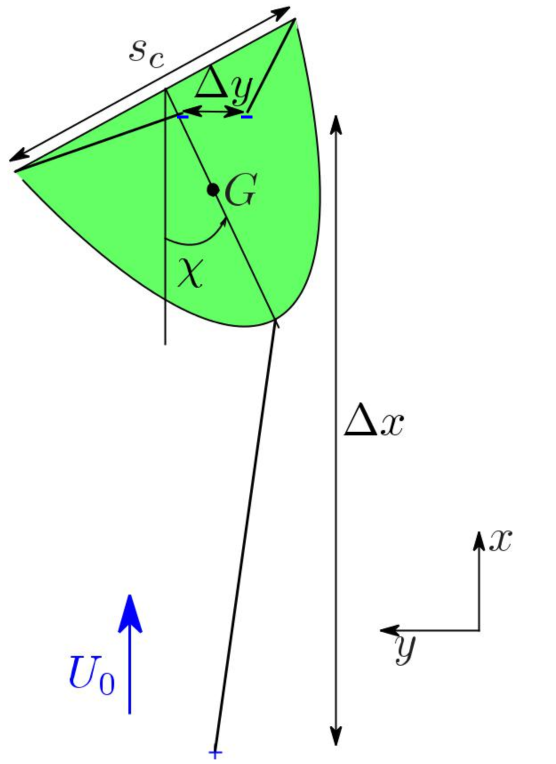
2.9.3.1 Effet du lacet sur le grand roulis

Si l'on consid`ere que le point G d'application des forces a´erodynamiques est fixe, une rotation du cerf-volant en lacet ($\chi \neq 0$) modifie les angles de tangage α et roulis β du cerf-volant. En effet, pour un angle χ positif, les extr´emit´es arri`eres (K_g et K_d) se d´eplacent. Ce d´eplacement a un effet sur l'angle de roulis du cerf-volant β. Les sch´emas de la figure 2.72 montrent le cerf-volant dans le plan xOy (figures 2.72a et 2.72c) et yOz (figures 2.72b et 2.72d) pour un angle $\chi = 30^\circ$ et l'angle $\psi = 0$.

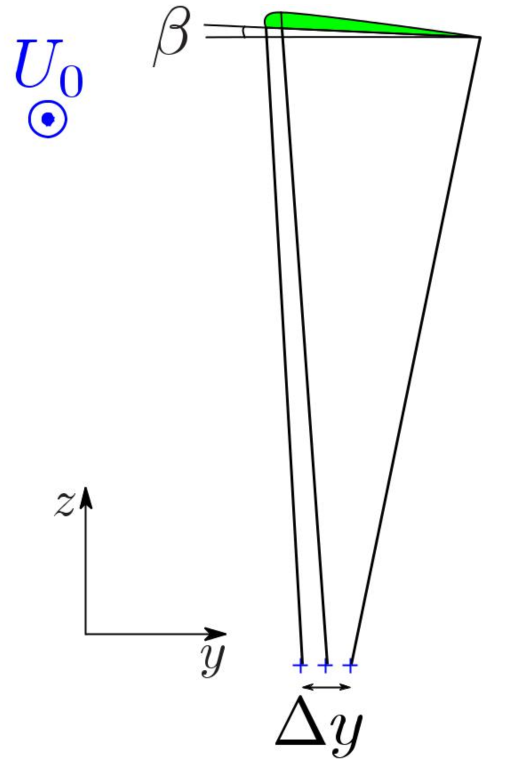
Les figures 2.72a et 2.72b montrent le cas o`u $x \gg y$. Dans ce cas, l'angle de roulis β est n´egatif quand le lacet χ est positif.

Les figures 2.72c et 2.72d montrent le cas o`u $x \ll y$. Dans ce cas, l'angle de roulis β est positif quand le lacet χ est positif.

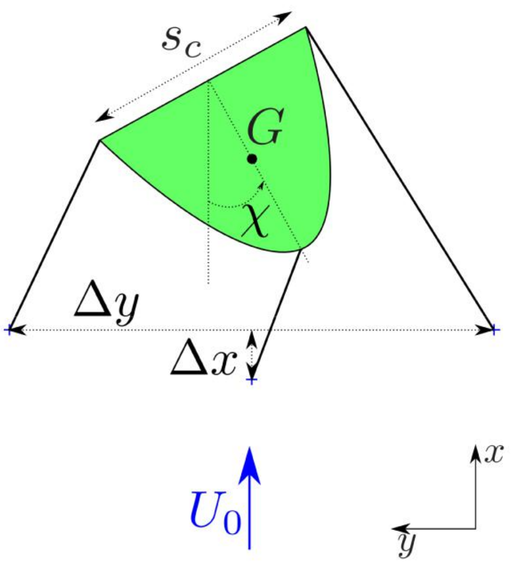
Le cerf-volant est soumis `a un couple de grand roulis d´ependant de β selon la relation (voir section 2.8.2.3) :



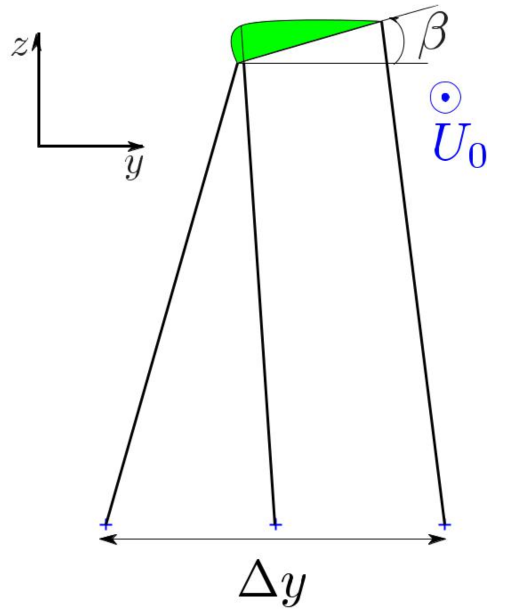
(a) Projection dans le plan xOy pour x = 10 cm et y = 1 cm.



(b) Projection dans le plan yOz pour x = 10 cm et y = 1 cm.

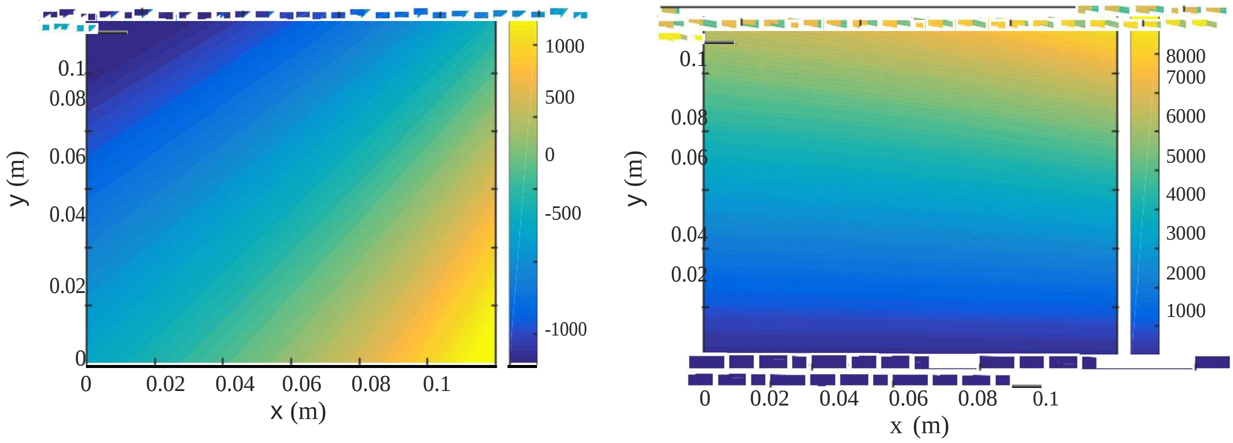


(c) Projection dans le plan xOy pour x = 1 cm et y = 10 cm.



(d) Projection dans le plan yOz pour x = 1 cm et y = 10 cm.

FIGURE 2.72 – Projection d'un cerf-volant dans les plans xOy et yOz du cerf-volant pour L_a = 15 cm, s_c = 5 cm, c = 4 cm, $\varphi_{eq} = 15^\circ$, $\chi = 30^\circ$ et $\psi = 0$.



(a) Terme de couplage γ du lacet sur le grand roulis en $(rad.s^{-1})^2$.

(b) Pulsation propre de l'oscillation en grand roulis au carr´e $\omega_\psi{}^2$ en $(rad.s^{-1})^2$

FIGURE 2.73 – Terme de couplage γ et pulsation propre au carr´e $\omega_\psi{}^2$ en fonction de x et y pour L_a = 15 cm, U_0 = 8 $m.s^{-1}$ et $\varphi_{eq} = 30^\circ$.

$$ _\psi = \frac{1}{2} \rho c_L A U_0^2 l\beta \tag{2.95}$$

L'´equation du mouvement en grand roulis peut donc s'´ecrire :

$$\ddot{\psi} + \omega_\psi^2 \psi + \gamma\chi = 0 \tag{2.96}$$

avec

$$ - \frac{1}{\ } \rho c_L A U_0^2 \frac{\partial \beta}{\ }$$

Nous d´eterminons ce coefficient γ num´eriquement (voir annexe G). Sa valeur est pr´esent´ee sur la figure 2.73a. Cette valeur est faible compar´ee `a celle de $\omega_\psi{}^2$ (figure 2.73b), ce qui confirme qu'il s'agit d'un terme correctif. γ augmente avec x et diminue avec y.

2.9.3.2 Effet du grand roulis sur le lacet

Les suspentes exercent chacune un moment sur le cerf-volant. Il n'y a pas de condition de sym´etrie qui justifierait que les moments exerc´es par les suspentes se compensent. Nous pouvons donc supposer qu'il existe un coefficient de couplage du grand roulis sur le lacet en g´en´eral non nul. Les sch´ema de la figure 2.74 montre le cerf-volant dans le plan yOz (figures 2.72b et 2.74c) et xOy (figures 2.74b et 2.74d) pour un angle $\psi = 15^\circ$ et l'angle $\chi = 0$.

Les figures (2.72a et 2.72b) montrent le cas où $x \gg y$. Les tensions dans les suspentes sont responsables du couple en lacet. Dans ce cas, le couple est légèrement dans le sens du lacet négatif.

Les figures (2.72c et 2.72d) montrent le cas où $x \ll y$. Dans ce cas, le couple est dans le sens du lacet positif.

Nous pouvons alors corriger l'équation du mouvement en lacet :

$$\ddot{\chi} + \omega_\chi^2 \chi + \delta\psi = 0 \tag{2.98}$$

Nous déterminons ce coefficient δ numériquement (voir annexe G). Sa valeur est présentée sur la figure 2.75a. Cette valeur est faible comparée à celle de ω_χ^2 (figure 2.75b), ce qui confirme qu'il s'agit d'un terme correctif. δ est quasiment constant en x et parabolique en y avec un maximum pour $y \approx 3$ cm.

2.9.4 Étude du système d'équations

La dynamique de vol du cerf-volant en roulis et lacet se ramène donc à deux oscillateurs couplés :

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + \omega_\psi^2 \psi + \gamma\chi = 0 \\ \ddot{\chi} + \omega_\chi^2 \chi + \delta\psi = 0 \end{cases} \tag{2.99}$$

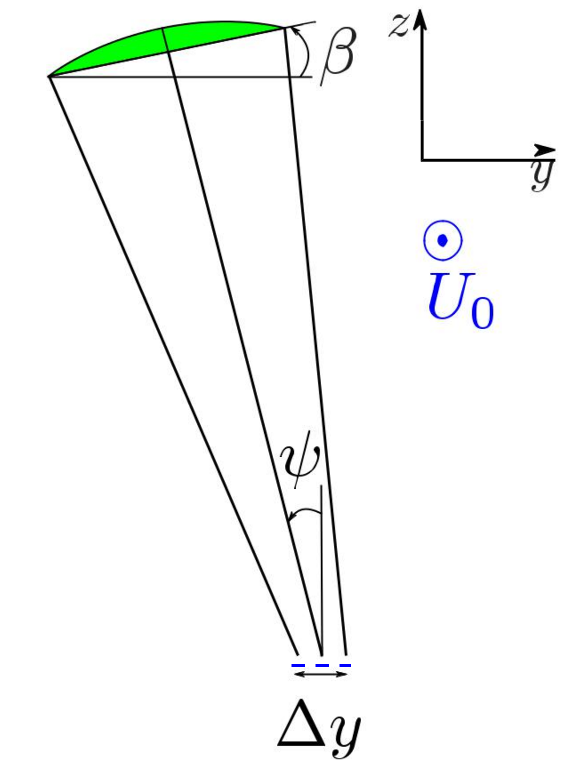
On peut réécrire ce système de la manière suivante :

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} \psi \\ \chi \\ \dot{\psi} \\ \dot{\chi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ \omega_\psi^2 & \gamma & 0 & 0 \\ \delta & \omega_\chi^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \\ \dot{\psi} \\ \dot{\chi} \end{pmatrix} = 0 \tag{2.100}$$

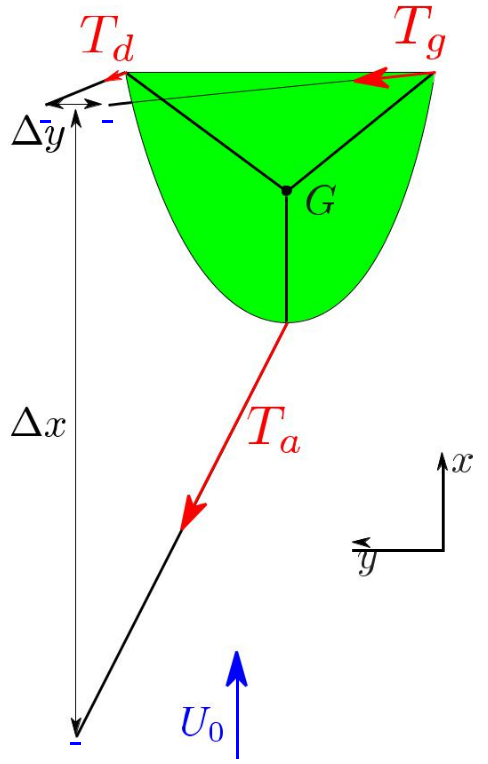
Les valeurs propres de ce système sont :

$$\lambda = \pm\sqrt{-\frac{\omega_\psi^2 + \omega_\chi^2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\omega_\psi^2 - \omega_\chi^2\right)^2 + 4\gamma\delta}} \tag{2.101}$$

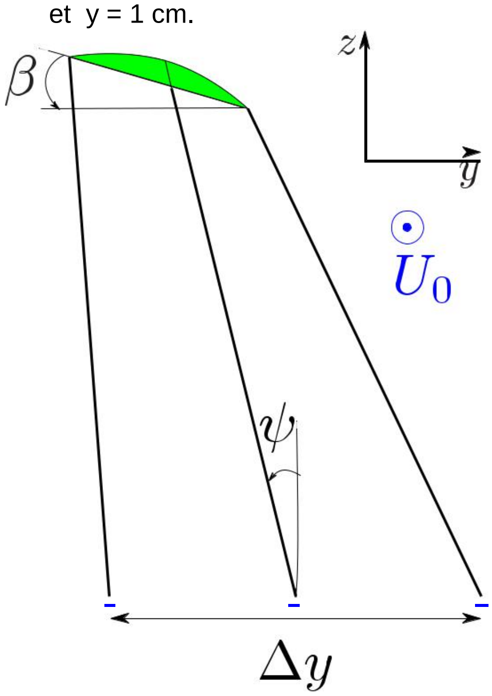
Le système n'est stable que si les valeurs propres ont toutes une partie réelle négative [79]. Si λ est une valeur propre, alors −λ aussi. Donc la partie réelle de ces valeurs propres doit être nulle. Soit :



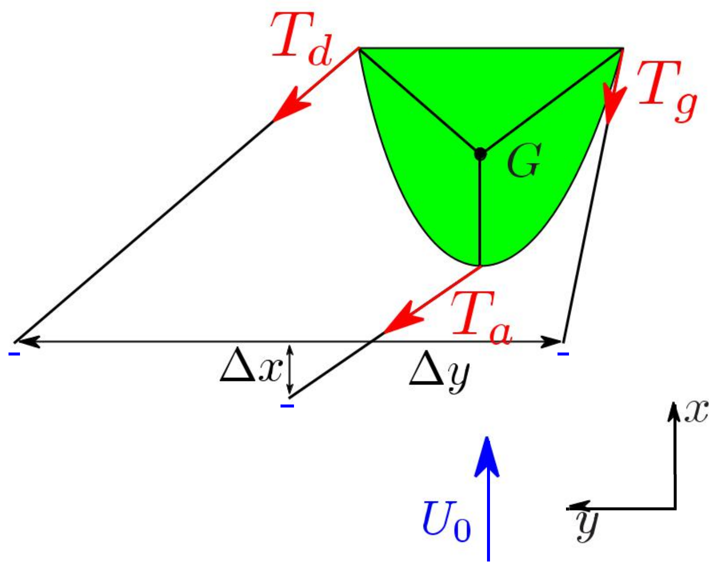
(a) Projection dans le plan yOz pour x = 10 cm et y = 1 cm.



(b) Projection dans le plan xOy pour x = 10 cm et y = 1 cm.

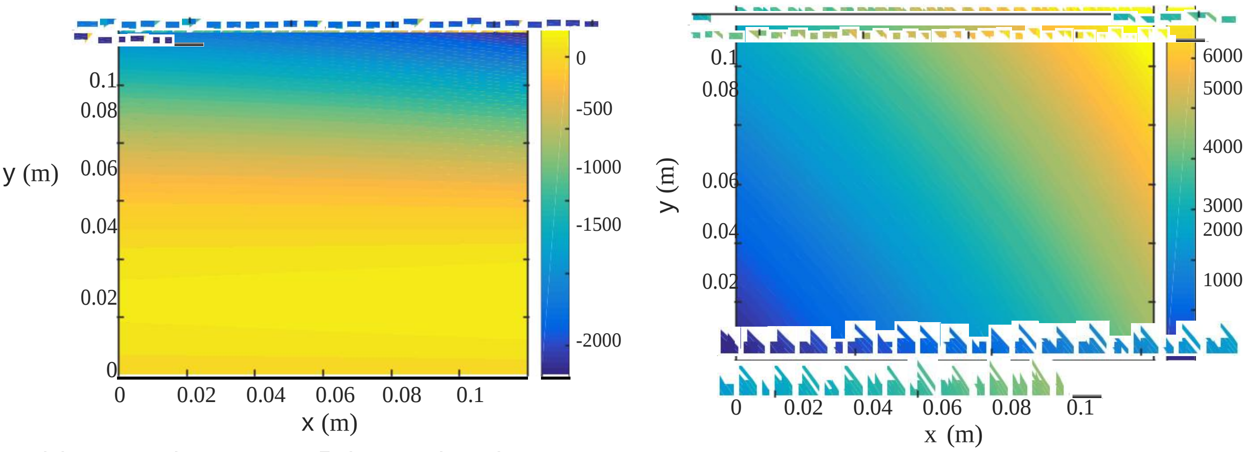


(c) Projection dans le plan yOz pour x = 1 cm et y = 10 cm.



(d) Projection dans le plan xOy pour x = 1 cm et y = 10 cm.

FIGURE 2.74 – Projection d'un cerf-volant dans les plans xOy et yOz du cerf-volant pour L_a = 15 cm, s_c = 5 cm, c = 4 cm, $\varphi_{eq} = 15^\circ$, $\psi = 15^\circ$ et $\chi = 0$.



(a) Terme de couplage δ du grand roulis sur le lacet en $(rad.s^{-1})^2$.

(b) Pulsation propre de l'oscillation en lacet au carré ω_χ^2 en $(rad.s^{-1})^2$

Figure 2.75 – Terme de couplage δ et pulsation propre au carré ω_χ^2 en fonction de x et y pour $L_a = 15$ cm, $U_0 = 8$ m.s^{-1} et $\varphi_{eq} = 30^\circ$.

$$\pm\sqrt{\left(\omega_\psi^2-\omega_\chi^2\right)^2+4\gamma\delta}-\omega_\psi^2-\omega_\chi^2 \in \mathbb{R}^- \tag{2.102}$$

La première condition est :

$$\left(\omega_\psi^2-\omega_\chi^2\right)^2+4\gamma\delta>0 \tag{2.103}$$

Cette condition est toujours satisfaite si γ et δ sont de même signe. Si γ et δ ne sont pas de même signe, cette condition est d'autant plus difficile à satisfaire que ω_ψ et ω_χ sont proches. Une fois cette condition satisfaite il faut :

$$\sqrt{\left(\omega_\psi^2-\omega_\chi^2\right)^2} \quad +\omega_\chi^2 \tag{2.104}$$

En passant cette inégalité au carré et en simplifiant, on obtient :

$$\gamma\delta<\omega_\psi^2\omega_\chi^2 \tag{2.105}$$

Les deux conditions pour que le cerf-volant reste stable sont donc :

$$\begin{cases} \gamma\delta-\omega_\psi^2\,\omega_\chi^2<0 & (1) \\ \left(\omega_\psi^2-\omega_\chi^2\right)^2+4\gamma\delta>0 & (2) \end{cases} \tag{2.106}$$

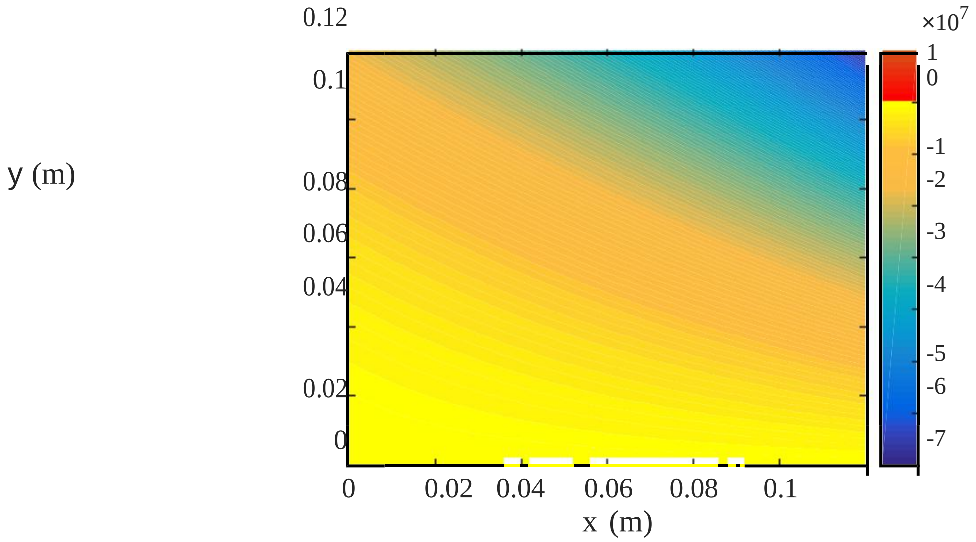


FIGURE 2.76 – Condition (1) de stabilit´e en fonction des param`etres x et y pour L_a = 15 cm, s_c = 6 cm, c = 4 cm et φ_{eq} = 30°. Pour toutes les valeurs de x et y, $\gamma\delta - \omega_\psi^2 \omega_\chi^2 < 0$. La conditiond de stabilit´e est donc toujours satisfaite.

2.9.4.1 Condition de stabilit´e (1)

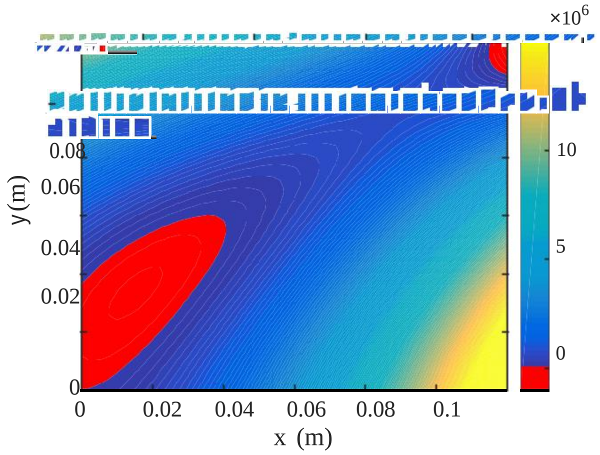
La valeur de $\gamma\delta - \omega_\psi^2 \omega_\chi^2$ pour un set de param`etres (L_a = 15 cm, s_c = 6 cm, c = 4 cm et φ_{eq} = 30°) en fonction de x et y est trac´ee sur la figure 2.77a. Ce terme est toujours n´egatif, la condition de stabilit´e (1) est donc toujours satisfaite. Le fait que cette condition soit toujours satisfaite n'est pas surprenant car elle compare la valeur des termes perturbatifs γ et δ aux pulsations du syst`eme au carr´e.

2.9.4.2 Condition de stabilit´e (2)

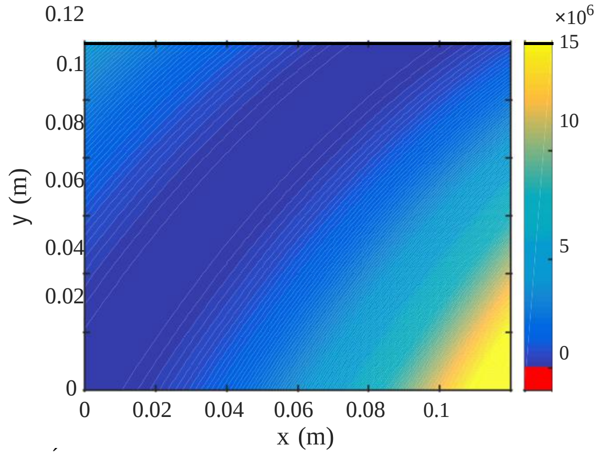
La valeur de $\omega_\psi^2 - \omega_\chi^2 \,^2 + 4\gamma\delta$ pour un set de param`etres ($L_a$ = 15 cm, $s_c$ = 6 cm, c = 4 cm et $\varphi_{eq}$ = 30°) en fonction de x et y est trac´ee sur la figure 2.77a. Ce terme est n´egatif pour la plupart des couples (∆x,∆y). Pour des valeurs de y proches de x deux zones d'instabilit´es apparaissent. Ces deux zones sont pour des valeurs o`u ω_ψ et ω_χ sont proches (figure 2.77b). Entre ces deux zones instables, la condition de stabilit´e est satisfaite mais reste faible.

Pour tester la validit´e de notre pr´ediction, nous pla¸cons les points stables et instables de la figure 2.30 sur la condition de stabilit´e (2) sur la figure 2.78. La simulation pr´edit qualitativement une partie de l'instabilit´e, mais la valeur de y de l'instabilit´e est sous estim´ee. Le mod`ele ne semble pas adapt ´e pour les valeurs faibles de x et elev´ees de y. En effet, pour cette zone, la condition

(2) de stabilit´e est satisfaite alors qu'elle est instable exp´erimentalement. On peut tout de fois remarquer que les valeurs de la condition (2) dans cette zone sont moins elev´ees que pour la zone x ≫ y.



(a) Condition de stabilit´e (2). La zone rouge repr´esente $\omega_\psi^2 - \omega_\chi^{2\,2} + 4\gamma\delta < 0$, soit la zone instable pour la condition (2).



(b) Ecart entre les pulsations au carr´e du grand rou-lis et du lacet : $\omega_\psi^2 - \omega_\chi^{2\,2}$.

FIGURE 2.77 – Condition de stabilit´e (2) et visualisation de la proximit´e des pulsations propres en grand roulis et en lacet en fonction des param`etres x et y pour L_a = 15 cm, s_c = 6 cm, c = 4 cm et φ_{eq} = 30°.

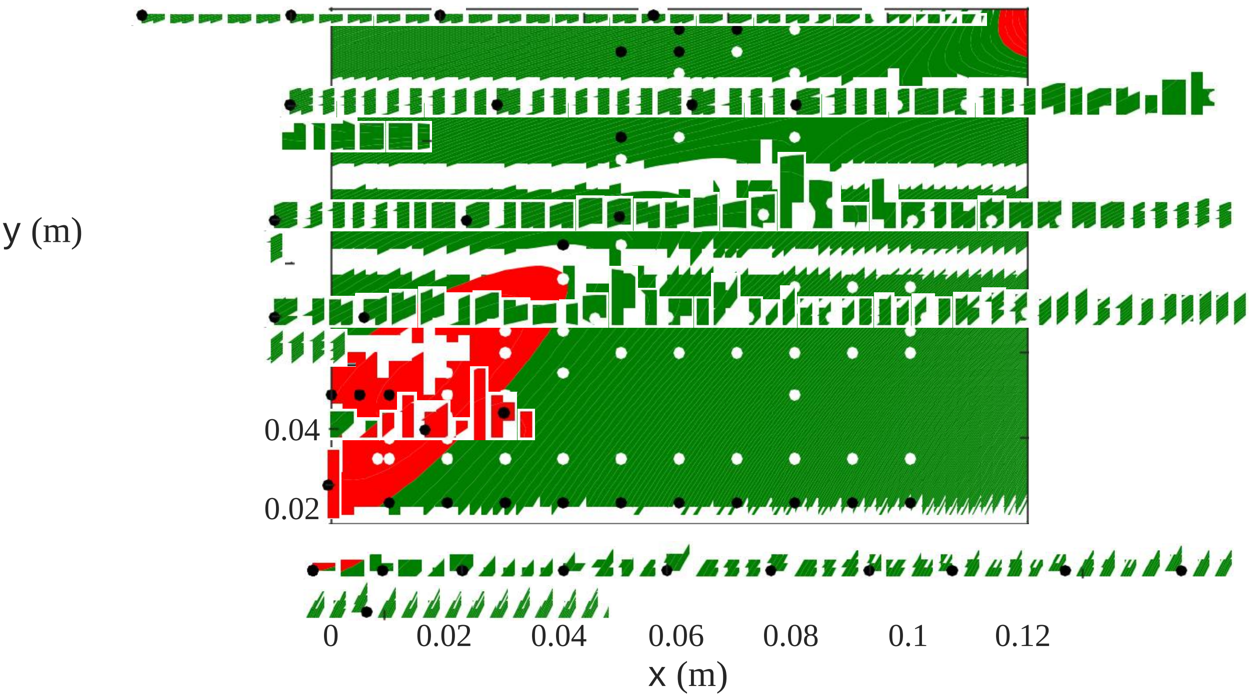
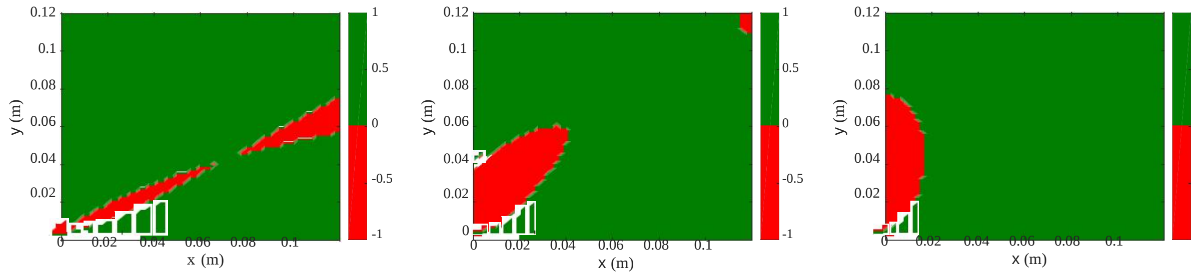
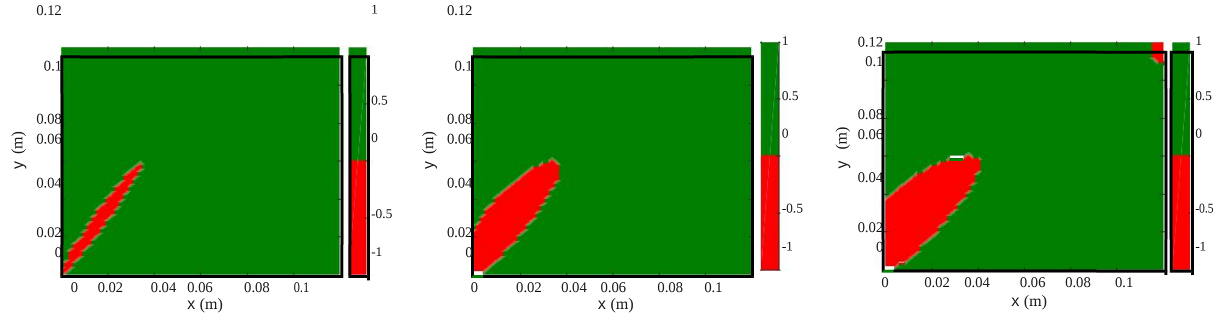


FIGURE 2.78 – Zones stables (en vert) et instables (en rouge) en fonction de x et y pour L_a = 15 cm, s_c = 6 cm, c = 4 cm et φ_{eq} = 30°. Les points blancs repr´esentent les positions stables exp´erimentales et les points noirs les positions instables.



(a) s_c = 4 cm (b) s_c = 6 cm (c) s_c = 8 cm

FIGURE 2.79 – Condition de stabilité (2) pour y pour L_a = 15 cm, c = 4 cm, φ_{eq} = 30° et différentes valeurs de s_c.



(a) φ_{eq} = 10° (b) φ_{eq} = 20° (c) φ_{eq} = 30°

FIGURE 2.80 – Condition de stabilité (2) pour y pour L_a = 15 cm, c = 4 cm, s_c = 6 cm et différentes valeurs de φ_{eq} = 30°.

La zone d'instabilité est très sensible à la valeur de s_c comme on peut le voir sur la figure 2.79. Plus s_c est grand, plus l'instabilité est prévue pour une valeur elevée de y. Une augmentation de la vitesse courbe d'avantage le cerf-volant et mène donc à un comportement instable pour des plus petites valeurs de y.

Sur la figure 2.80, on montre l'effet de l'angle de grand tangage d'équilibre sur la stabilité. Il semble la zone d'instabilité s'élargisse quand on augmente l'angle de grand tangage et donc l'angle d'incidence.

2.9.5 Conclusion sur le couplage

Le couplage de modes nous a permis d'expliquer une partie du comportement instable du cerf-volant. Quand les fréquences propres du mouvement de grand roulis et de lacet sont proches, un comportement semblable au flottement des ailes d'avion apparait et entraine une croissance de l'amplitude des oscillations jusqu'à la chute au sol du cerf-volant. Nos simulations prédisent que cela a lieu pour y ≈ x ce qui est en accord correct avec nos mesures expérimentales. Les simulations ne rendent pas compte du comportement instable pour les grandes valeurs de y.

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons etudi´ le vol d'un cerf-volant fix´e au sol par trois suspentes. Nous avons pu montrer que plusieurs conditions ne sont pas favorables au vol. Ainsi, le vol n'est pas possible lorsque la suspente avant est fix´ee en aval des suspentes arri`eres. Dans ce cas, le cerf-volant n'a pas de position d'´equilibre en grand tangage et ne peut pas rester en l'air. Si les suspentes arri`eres sont trop proches l'une de l'autre, le cerf-volant ne peut pas voler car le couple de la force a ´erodynamique ne compense pas le couple du poids. Enfin, dans le cas o`u la fr´equence propre de l'oscillation en grand roulis est proche de celle de l'oscillation en lacet, le cerf-volant peut ˆetre victime d'une instabilit´e de flottement par confusion de fr´equences. Cette instabilit´e de flottement semble s'´etendre au del`a des cas pr´evus par les simulations et demanderait a` ˆetre etudi´ee plus finement. Dans tous les autres cas, en particulier quand $x \gg y$, le cerf-volant vole de mani`ere stable. Ces diff ´erents comportements sont r´esum´es sur la figure 2.81.

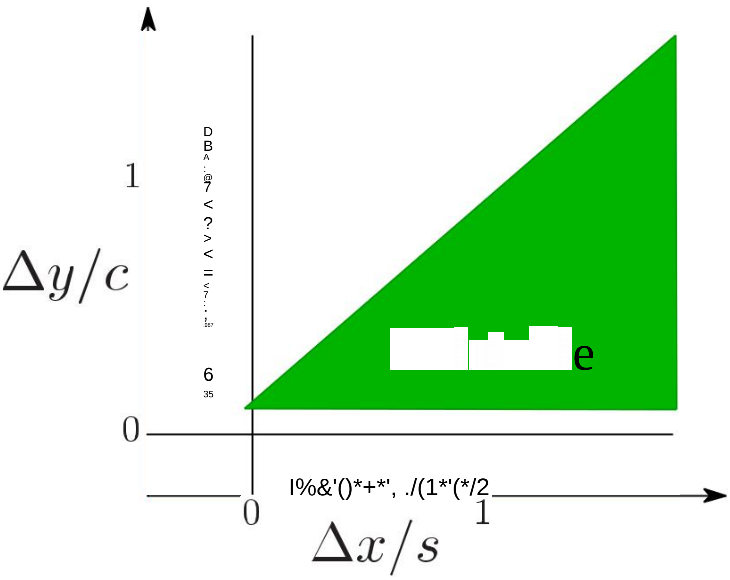


FIGURE 2.81 – Comportement du cerf-volant en fonction des param`etres de fixation au sol.

Pour comparer notre ´etude aux cerf-volants r´eels, nous devons comparer l'effet du fluide ext´erieur sur notre cerf-volant par rapport a` des cerf-volants de grande taille. Comme dans l'´etude de l'ouverture du cerf-volant, les deux nombres adimensionn´es a` consid´erer sont le nombre de masse

M_F K et le nombre de Cauchy $C_y = \frac{\rho AU^2}{Ee^3c/s^2_0}$. Notre ´etude s'est plac´ee dans une gamme de nombre de masse entre 0.1 et 0.4 et une gamme de nombre de Cauchy variant entre 0 et 10^3. Pour des cerf-volants de grande taille, le nombre de masse augmente. Il vaut environ 10 pour un cerf volant de 1000 m^2 pesant une tonne. Dans ce cas, contrairement `a notre ´etude, l'inertie du fluide entourant le cerf-volant est pr´edominante devant l'inertie de la structure. L'effet sur la dynamique du vol est potentiellement important et m´eriterais d'ˆetre etudi´e. Pour les cerf-volants r´eels, la gamme de nombre de Cauchy peut ˆetre tr`es large. En effet, les cerf-volants rigides ont un nombre de Cauchy proche de 0 alors que les cerf-volants souples avec peu de suspentes peuvent

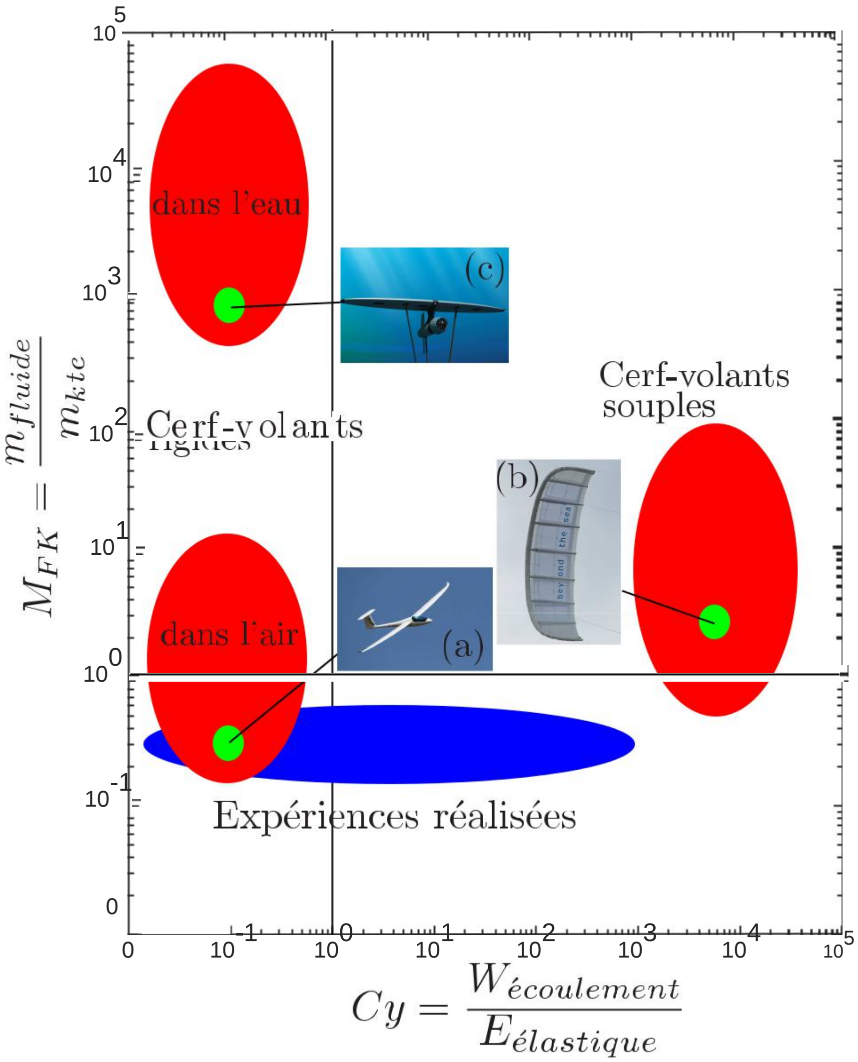


FIGURE 2.82 – Gamme de nombre de masse et de Cauchy etudi´ee (en bleu) et `a ´etudier par la suite (en rouge). Les exemples pr´esent´es sont (a) un planeur, (b) un cerf-volant de 50 m^2 d´evelopp´ par Beyond the Sea et (c) un cerf-volant sous-marin d ´evelopp´ par Deep Green.

avoir un nombre de Cauchy tr`es elev´. Notre ´etude a` montr´e que l'effet de l'´ecoulement sur l'envergure du cerf-volant avait un effet direct sur sa stabilit´e. Il sera donc int´eressant d'´etudier les limites des cerf-volants tr`es souples et tr`es rigides pour avoir une meilleure compr´ehension de la stabilit´e. La figure 2.82 r´esume les zones de nombre de masse et de Cauchy explor´ees et les zones qu'il sera int´eressant d'explorer par la suite.

Conclusion

3.1 Contributions

Dans cette ´etude, nous avons abord´e deux probl`emes importants dans le d´eveloppement a` grande ´echelle de l'utilisation de cerf-volants pour exploiter l'´energie ´eolienne : leur d ´eploiement et leur stabilit´e de vol.

Notre ´etude sur les structures gonflables visait a` dimensionner les cerf-volants de grande taille en vue de leur ouverture. Pour cela, nous avons ´etabli un diagramme des phases de la dynamique du d´eploiement des structures gonflables. Nous avons d'abord caract´eris´ l'´elasticit´ des boudins sous pression : ceux-ci ont un comportement de poutre ´elastique ind ´ependant de la pression pour de faibles chargements et un comportement plastique r ´eversible pour des chargements plus importants. La limite entre les deux r´egimes d´epend de la pression. Cette ´etude nous a permis de donner un crit`ere pour que le cerf-volant puisse supporter son propre poids et donc puisse se d´eployer par vent faible.

Nous avons ensuite etudi´ la dynamique d'ouverture de structures gonflables pli´ees. Cette ´etude a permis de quantifier l'effet du fluide ext´erieur et d'avoir une id´ee du temps n´ecessaire au d´eploiement d'une structure sous pression. Nous avons plac´e ces structures gonflables dans un ´ecoulement pour comparer l'apport respectif de l'inertie et de la masse ajout´ee a` la vitesse de d´eploiement. Il apparait que pour l'utilisation dans des cerf-volants de grande taille, la rigidit´e de la structure est en g´en´eral n´egligeable en comparaison des efforts du fluide environnant. Le crit`ere le plus important pour dimensionner la structure gonflable des cerf-volants est alors leur capacit´e a` soutenir leur propre poids.

Une fois le probl`eme du d´eploiement r´esolu, nous nous sommes int´eress´es au vol d'un cerf-volant et a` sa stabilit´e. Nous avons construit une soufflerie et ´etudi´e le vol de mod`eles r´eduits fix´es en trois points au sol. Cela nous a permis d'´etablir un diagramme des phases qui montre que le vol stable n'est possible que pour certaines combinaisons sp ´ecifiques de l'´ecartement des lignes et de leur longueur.

Apr`es une ´etude des caract´eristiques a´erodynamiques du cerf-volant, nous avons caract´eris´ son ´equilibre et les oscillations qu'il effectue autour de cette position. Cet ´equilibre peut ˆetre instable dans trois situations : la premi`ere a lieu quand la suspente avant est fix´ee trop proche des suspentes arri`eres ; dans ce cas, le cerf-volant est g´eom´etriquement instable et tombe au sol sans osciller. Le deuxi`eme cas d'instabilit´e apparait quand les suspentes arri`eres sont fix ´ees trop proches l'une de l'autre. Dans ce cas, le moment de la force a´erodynamique ne compense pas le moment du poids et le cerf-volant tombe sans osciller. La troisi`eme instabilit´e apparait quand les suspentes arri`eres sont trop ecart´ees l'une de l'autre. Dans ce cas, les fr ´equences propres de l'oscillation en grand roulis et de l'oscillation en lacet se rapprochent. L'instabilit´e est alors similaire a` l'instabilit´e de flottement d'une aile d'avion : les modes de lacet et de grand roulis se couplent et l'amplitude de l'oscillation augmente exponentiellement jusqu'`a la chute du cerf-volant.

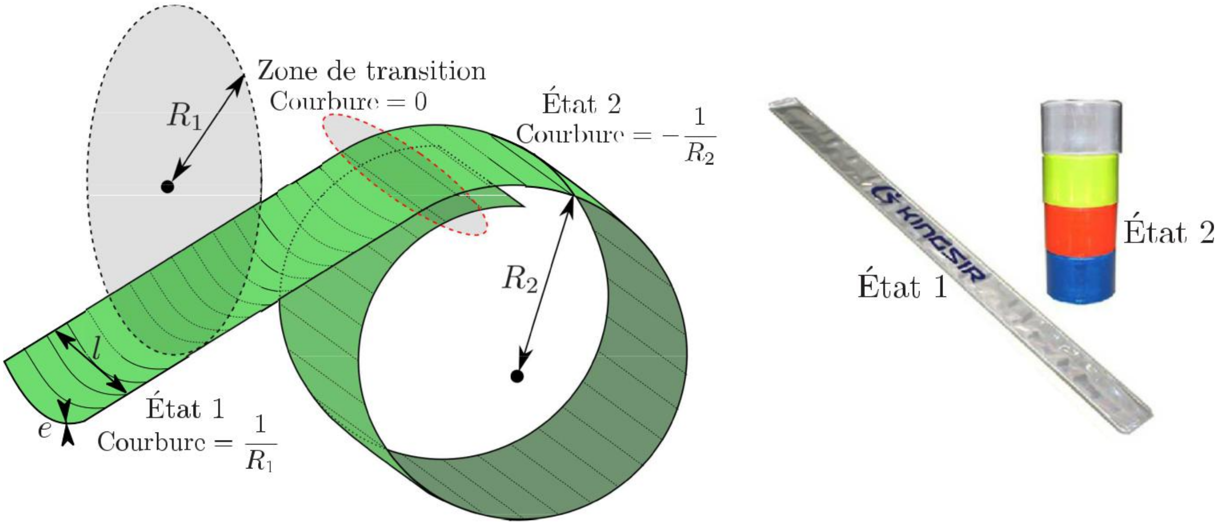
Cette ´etude nous a permis d'avoir une meilleure compr´ehension des contraintes a` prendre en compte dans la fabrication de cerf-volants de propulsion. En particulier le fait que la g´eom´etrie du cerf-volant n'est pas le seul param`etre a` prendre en compte dans la conception. Il est n ´ecessaire que la fixation sur le pont du navire soit adapt´ee pour que le cerf-volant reste stable. Les suspentes arri`eres ne doivent pas ˆetre fix´ees ni trop proches ni trop eloign´ees l'une de l'autre. Il semble tout de mˆeme que l'augmentation de taille et en particulier la r´eduction de l'inertie de l'aile aide a` la stabilit´e. L'aile autostable pr´esent´ee en dans la figure 11c page 20 oscille en vol dans un mouvement qui ressemble a` du flottement, mais les amplitudes restent tr`es faibles. Cette observation permet d'ˆetre tr`es optimiste quant a` l'utilisation de cerf-volants autostables comme moyen de propulsion d'appoint ou de s´ecurit´ sur les petites embarcations.

3.2 Perspectives

3.2.1 Repliement

Notre étude du comportement des structures gonflables s'est concentrée sur le déploiement de ces structures. Il est en effet important que les cerf-volants puissent décoller de manière autonome. Il est également important que ces cerf-volants puissent se replier et être stockés de manière automatisée.

Une solution potentiellement intéressante à étudier pour ce repliement serait la mise en place dans le boudin principal du cerf-volant d'une structure à double pré-courbure comme présentée sur le schéma 3.1a. Ce type de structure est aujourd'hui utilisé pour fabriquer ces bandes réfléchissantes qui s'enroulent autour de la cheville pour le vélo (figure 3.1b). Il s'agit d'une plaque allongée ayant une pré-courbure de rayon de courbure R_1 parallèle à la grande dimension de la tige. La plaque possède une deuxième pré-courbure, d'axe perpendiculaire à la première et de rayon R_2. Ces deux courbures ne sont pas compatibles et la plaque a deux positions d'équilibre différentes visibles sur le schéma 3.1b.



(a) Plaque à double pré-courbure.

(b) Dispositif réfléchissant à double pré-courbure.

FIGURE 3.1 – Schéma et exemple de dispositif à double courbure

Le premier état d'équilibre est la partie gauche du schéma : la tige est droite et incurvée avec un rayon de courbure R_1. Cet état contraint le matériau qui ne peut pas se plier dans l'autre direction. L'énergie de cet état par unité de longueur est donc :

$$E_1 = \frac{Ee^3 l}{R_2^2} \quad (3.1)$$

Le deuxi`eme ´etat d’´equilibre est la tige enroul´ee avec un rayon de courbure R_2 visible sur la droite du sch´ema. Cet ´etat contraint le mat´eriau qui ne peut pas se plier dans l’autre direction. L’´energie de cet ´etat par unit´e de longueur est donc :

$$\mathbf{E}_2 \approx \frac{Ee^3l}{R_1^2} \tag{3.2}$$

Si $R_2 > R_1$, le deuxi`eme ´etat est plus stable que le premier car $\mathbf{E}_2 > \mathbf{E}_1$. Si on impose a` une partie de la plaque de n’avoir aucune courbure, la plaque va naturellement se courber dans la direction la plus stable et aller vers l’´etat 2, or le passage d’une zone de l’´etat 2 a` l’´etat 1 impose une zone sans aucune courbure. C’est pourquoi, quand une partie de la plaque est dans l’´etat 2, cet ´etat se propage a` toute la plaque.

En incorporant une plaque de ce type au boudin principal d’un cerf-volant, la pression du gonflage permet de faire passer de l’´etat 2 a` l’´etat 1. La plaque permet d’augmenter significativement la r ´esistance du boudin au comportement fragile r´eversible en donnant a` la membrane une r´esistance a` la compression. Lorsqu’on veut replier le cerf-volant, il suffit d’enclencher le passage de l’´etat 1 a` l’´etat 2 a` l’extr´emit´ de l’aile et celle-ci se replie int´egralement seule. Pour dimensionner cette plaque, il faut que celle-ci puisse supporter le poids du cerf-volant sur la longueur d’un rayon de courbure. Les caract´eristiques de la plaque doivent suivre la loi suivante :

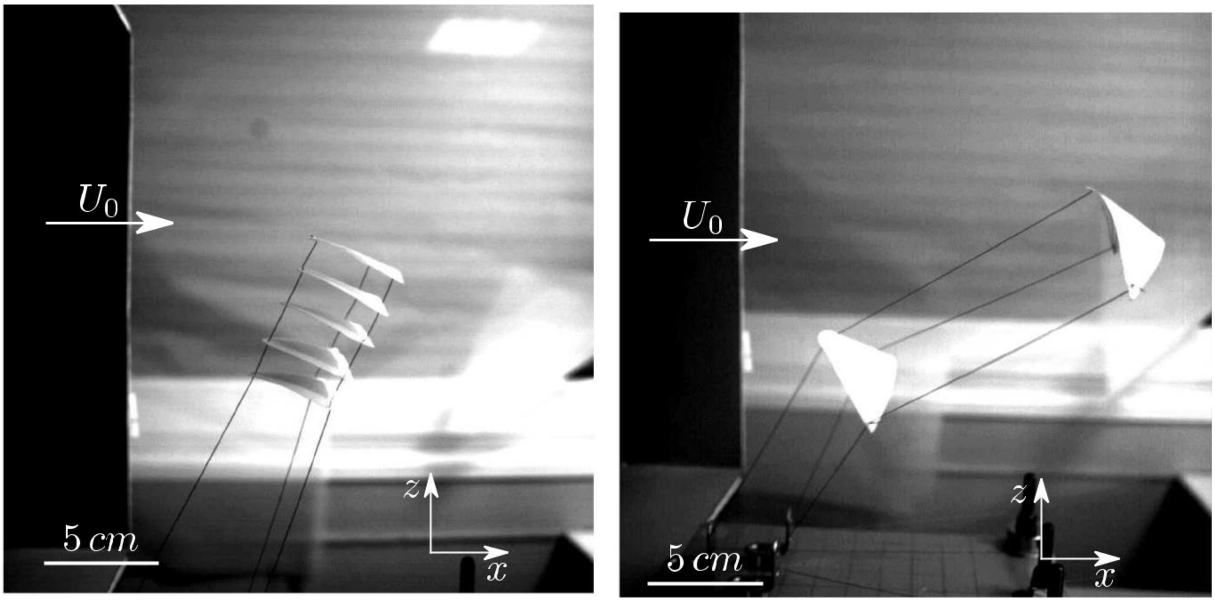
$$\frac{Ee^3l}{R_2^2} \approx mgR_2 \tag{3.3}$$

Pour un cerf-volant de 100 m d’envergure pesant 10 kg.m^{-1}, une plaque de fibre de carbone ($E \approx 10^11$ Pa) ayant un rayon de courbure R_2 = 1 m, une largeur l = 10 cm et une ´epaisseur e = 2 mm serait suffisante. Cela correspond `a une plaque pesant moins de 100 kg, soit 10% de la masse de l’aile...

3.2.2 Vol des multi-kites

Une id´ee imagin´ee par Pocock en 1826 pour augmenter la traction d’un syst`eme utilisant des cerf-volants est simplement de les multiplier. L’id´ee est d’attacher plusieurs cerf-volants sur une mˆeme ligne de mani`ere a` augmenter la traction sans augmenter l’encombrement. Un tel syst`eme a aussi l’avantage d’ˆetre tr`es versatile. En effet, dans le cas o`u le vent est trop fort, il est possible de n’utiliser qu’un faible nombre de cerf-volants. Cela permet d’avoir un seul dispositif pour toutes les conditions de vent.

Nous avons men´ une ´etude sur ces structures comportant plusieurs cerf-volants dans cette optique d’am´elioration de la traction. Nous avons d´ecouvert une propri´et´ int´eressante de ces



(a) Train de cinq cerf-volants de type 3 statique dans l´ecoulement.

(b) Train de deux cerf-volants de type 3 dans un mouvement de forte amplitude.

FIGURE 3.2 – Deux configurations de multi-kites

multi-kites : ajouter plusieurs cerf-volants sur les mˆemes lignes semble beaucoup augmenter la stabilit´e du vol. En empilant entre deux et cinq cerf-volants identiques (figure 3.2a), l'instabilit´e de flottement observ´ee pour le cerf-volant seul disparait la plupart du temps. Il arrive cependant qu'on observe des comportements fortement coupl´es entre deux cerf-volant comme le montre la figure 3.2b.

La dynamique des trains de cerf-volants est complexe et n´ecessiterait une ´etude d´etaill´ee pour comprendre leurs comportements vari´es.

« The answer my friend, is blowing in the wind. »

Bob Dylan

Annexe A

Loi de Betz

Le vent, quand il traverse l'éolienne est ralenti. Par conservation de la masse, plus le flux d'air est ralenti, moins le débit est important dans l'éolienne. Au contraire, moins le flux d'air est ralenti, moins l'éolienne a récupéré d'énergie. Il existe donc un optimum d'extraction d'énergie. Celui-ci est donné par la loi de Betz et correspond à une extraction de l'ordre de 60% de la puissance incidente.

Pour prouver cela, on s'intéresse à la configuration présentée sur le schéma A.1. On effectuera plusieurs hypothèses :

— L'air est considéré incompressible ($Ma \ll 1$)

— L'écoulement est unidirectionnel ($U_y \ll U_x$ et $U_z \ll U_x$)

Une masse d'air arrive sur un dispositif de récupération d'énergie de section A avec une vitesse U_1. On ne considère que le volume d'air passant par l'éolienne. L'air passant par l'éolienne sera

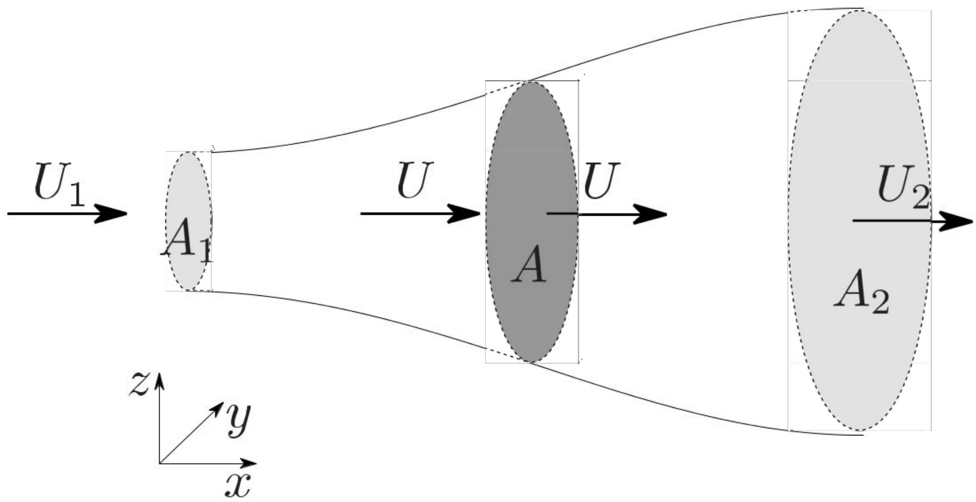


FIGURE A.1 – Schéma d'un tube de courant passant à travers un dispositif de récupération d'énergie.

ralenti par celle-ci. On note U la vitesse de l’´ecoulement en entr´ee et en sortie du dispositif. On note U_2 la vitesse a` l’infini en aval du dispositif. La condition d’incompressibilit´ et la conservation du d´ebit imposent ces conditions sur les sections travers´ees par l’´ecoulement en amont (A_1) et en aval (A_2) du dispositif :

$$\dot{m} = \rho A_1 U_1 = \rho A U = \rho A_2 U_2 \tag{A.1}$$

Int´eressons nous maintenant a` la puissance donn´ee par l’´ecoulement au dispositif. La force exerc´ee par l’´ecoulement sur le dispositif est donn´ee par l’oppos´e de la variation de quantit´e de mouve-ment de l’´ecoulement.

$$F = \dot{m}(U_1 - U_2) \tag{A.2}$$

Cette force s’applique alors que l’´ecoulement se d´eplace a` une vitesse U . La puissance maximale r´ecup´er´ee par le dispositif est donc :

$$P_{max} = \rho A U^2 (U_1 - U_2) \tag{A.3}$$

Dans le mˆeme temps, la variation de la puissance de l’´ecoulement vaut :

$$P_1 - P_2 = P_{max} = \frac{1}{2} \rho (A_1 U_1^3 - A_2 U_2^3) \tag{A.4}$$

On obtient donc :

$$\frac{1}{2} (A_1 U_1^3 - A_2 U_2^3) = A U^2 (U_1 - U_2) \tag{A.5}$$

$$\frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2) = U (U_1 - U_2) \tag{A.6}$$

Soit :

$$U = \frac{U_1 + U_2}{2} \tag{A.7}$$

Il en r´esulte :

$$P_{max} = \frac{1}{2}\rho A U_1^3 \, \frac{1}{2}\left(1 + \frac{U_2}{U_1} - \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 - \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^3\right) \quad \text{(A.8)}$$

L'efficacit´ ζ du dispositif vaut :

$$\zeta = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A U_1^3} < \frac{P_{max}}{\frac{1}{2}\rho A U_1^3} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{U_2}{U_1} - \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 - \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^3\right) \quad \text{(A.9)}$$

La valeur maximale de ζ est atteinte pour $U_2/U_1 = 1/3$ et vaut :

$$\zeta_{max} = \frac{16}{27} \approx 0.6 \quad \text{(A.10)}$$

Annexe B

Membranes fines

Énergie de compression pour un déplacement δ :

$$E_{compression} \approx ERe\frac{\delta^2}{L} \tag{B.1}$$

Énergie de flexion pour un déplacement δ

$$E_{flexion} \approx ERe^3\frac{\delta}{L^2} \tag{B.2}$$

Le rapport de ces deux énergies vaut :

$$\frac{E_{compression}}{E_{flexion}} = \frac{\delta L}{e^2} \tag{B.3}$$

La compression est privilégiée pour les petits déplacements et la flexion pour les grands déplacements. Il est à noter que pour des membranes fines ($\frac{e}{L} \ll 1$), la flexion est privilégiée si $\frac{\delta}{e} > \frac{L}{e}$ et donc même dans des cas où $\frac{\delta}{e} \gg 1$. On peut par extension considérer que pour toutes les déformations significatives, la flexion est privilégiée et qu'une membrane fine flambe dès qu'elle est soumise à des contraintes de compression.

Annexe C

Justification du mod`ele `a une ligne

Le syst`eme etudi´ est pr´esent´ dans le sch´ema C.1. Le segment de [A_1A_2] de longueur b, de masse M est attach´e au sol en O_1 et O_2 par des suspentes de longueur l_1 et l_2 qui restent tendues. L'angle form´e par ce segment avec l'horizontale est not´e α. Les angles des suspentes avec la verticale sont not´es θ_1 et θ_2. Le milieu de [A_1A_2] est not´e A et le milieu de [O_1O_2] est not´e O. Le segment [OA] a une longueur l et forme un angle θ avec la verticale.

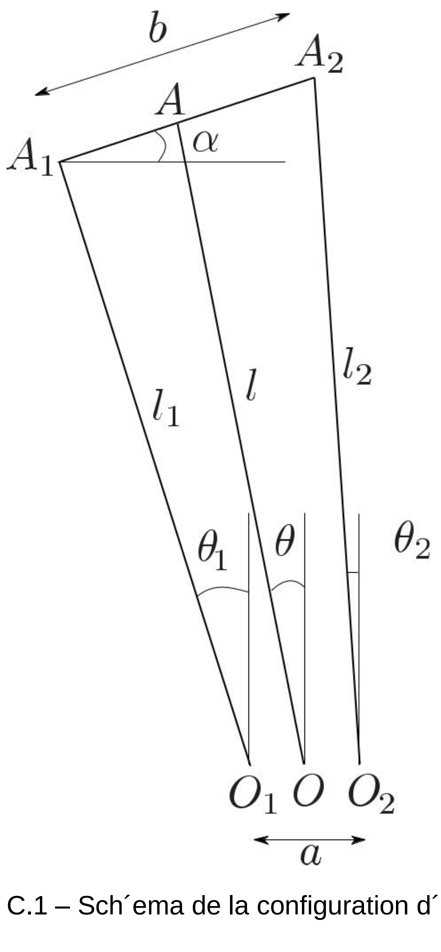


FIGURE C.1 – Sch´ema de la configuration d´ecrite

On se place dans les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha &\ll 1 \\ l_1 &\approx l_2 \\ l_1 &\gg b \end{aligned} \tag{C.1}$$

C.1 Faible variation de l

Le mouvement du point A peut s'écrire :

$$dOA = \frac{1}{2}(dO_1A_1 + dO_2A_2) \tag{C.2}$$

Soit :

$$dOA = \frac{1}{2}(d\theta_1 l_1 e_{\theta_1} + d\theta_2 l_2 e_{\theta_2}) \tag{C.3}$$

En projetant cette relation sur e_l, on obtient :

$$dl = -\frac{1}{2}(d\theta_1 l_1 \sin(\theta - \theta_1) + d\theta_2 l_2 \sin(\theta - \theta_2)) \tag{C.4}$$

Les conditions C.1 permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} \sin(\theta - \theta_1) &\approx \sin(\theta_2 - \theta) \approx \frac{b-a}{2l} \\ d\theta_1 l_1 &\approx d\theta_2 l_2 \approx d\theta l \end{aligned} \tag{C.5}$$

Cela donne donc :

$$\frac{1}{l}\frac{dl}{d\theta} \approx \frac{b-a}{2l} \ll 1 \tag{C.6}$$

La variation relative de l est donc faible par rapport à la variation relative de θ. Le mouvement du point A est donc proche d'un mouvement de rotation.

Annexe D

Sensibilité de φ_{eq} à l_{ar}

L'équation 2.67 nous donne la relation entre l'angle d'incidence α et l'angle de grand tangage φ

$$\alpha \approx \alpha(0) + \left(1 - \frac{x}{}\right)\varphi \tag{D.1}$$

Fixer la longueur des suspentes arrières l_g revient à fixer la valeur de α(0) ce qui donne :

$$\alpha \approx \frac{c}{L_a - l_{ar}} + \left(1 - \frac{x}{c}\right)\varphi \tag{D.2}$$

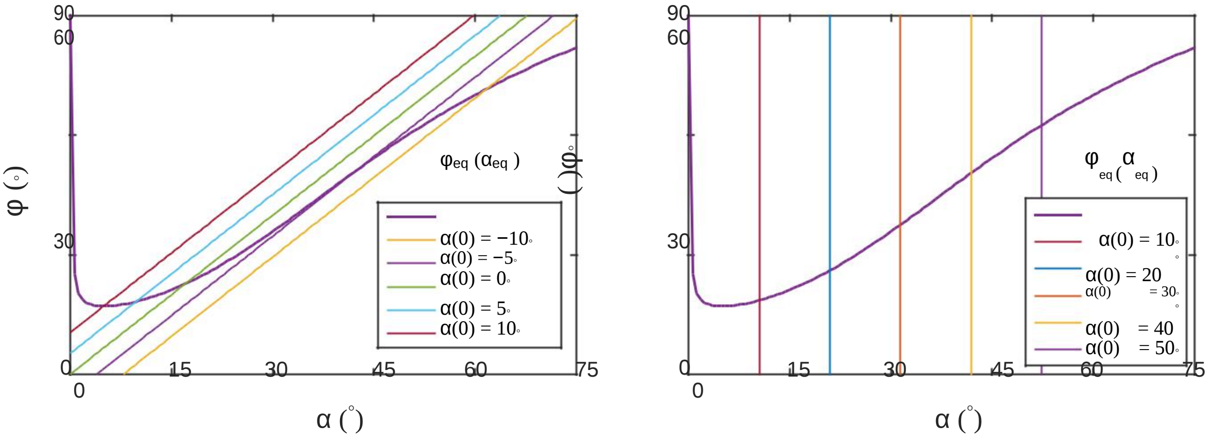
La position d'équilibre du cerf volant est l'intersection de la courbe α(φ) qui est fixée par la géométrie et de la courbe $\alpha_{eq}(\varphi_{eq})$ donnée par l'aérodynamique selon la relation :

$$\tan \varphi_{eq} = \frac{c_D(\alpha_{eq})}{c_L(\alpha_{eq})} \tag{D.3}$$

On trace sur la figure D.1 cette relation pour plusieurs valeurs de x/c.

Pour x/c = 0.25, une variation de α(0) de 10° (soit une variation de l_{ar} de 0.15c) entraine une variation de φ_{eq} de 50°. Cela confirme que le paramètre l_{ar} est très sensible pour les petites valeurs de x.

Pour x/c = 1, l'effet est moins sensible et pour une variation de 40° (soit une variation de l_{ar} de 0.6c) entraine une variation de φ_{eq} de 40°.



(a) Angle φ en fonction de α pour diff´erentes valeurs de α(0) pour x/c = 0.25. La courbe en trait ´epais est $\varphi_{eq}(\alpha_{eq})$.

(b) Angle φ en fonction de α pour diff´erentes valeurs de α(0) pour x/c = 1. La courbe en trait ´epais est $\varphi_{eq}(\alpha_{eq})$.

FIGURE D.1 – Effet de l_{ar} sur la position d'´equilibre pour diff´erentes valeurs de x/c

Annexe E

Remarque sur l’effet de la vitesse relative du cerf-volant

Dans toute notre étude, nous avons négligé l’effet de la vitesse relative du cerf-volant. Celle-ci doit avoir un effet sur l’amortissement du système. Si cette friction est positive, le mouvement du cerf-volant doit être amorti. Au contraire, si la friction est négative, les oscillations sont auto-entretenues et peuvent diverger.

La vitesse du cerf-volant s’écrit :

$$U_{kite} = L\dot{\varphi} \cos \varphi \, e_x - L\dot{\varphi} \sin \varphi \, e_z \quad \text{(E.1)}$$

Le vent apparent U pour le cerf-volant vaut $U_0 - U_{kite}$ soit :

$$U = (U_0 - L\dot{\varphi} \cos \varphi) e_x + L\dot{\varphi} \sin \varphi \, e_z \quad \text{(E.2)}$$

L’effet de la différence entre le vent réel U_0 et le vent apparent U se ressent à deux niveaux. Le premier effet est que la norme de la vitesse ressentie par le cerf-volant change et modifie donc la force aérodynamique. Le deuxième effet est que la direction du vent apparent est différente de celle du vent réel. L’angle d’incidence du cerf-volant est donc différent et la force aérodynamique varie.

$$U^2 = U_0^2 - 2U_0 L\dot{\varphi} \cos \varphi_{eq} + O(\dot{\varphi}^2)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{L\dot{\varphi} \sin \varphi_{eq}}{U_0} + O(\dot{\varphi}^2) \quad \text{(E.3)}$$

$$\frac{\partial F_L}{\partial \dot{\varphi}}\Big|_0 = \frac{1}{2}\rho A \left(c_D \frac{\partial U^2}{\partial \dot{\varphi}} + U_0^2 \frac{\partial c_D}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \dot{\varphi}} \right) \tag{E.4}$$

$$\frac{\partial F_L}{\partial \varphi}\Big|_0 = \frac{1}{2}\rho A U_0 L \left(-2 c_L \cos\varphi_{eq} + \frac{\partial c_L}{\partial \alpha}\sin\varphi_{eq} \right) \tag{E.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}\Big|_0 = \frac{1}{2}\rho A U_0 L^2 \Big[2\cos\varphi_{eq}\left(c_L \sin\varphi_{eq} - c_D \cos\varphi_{eq}\right) + \sin\varphi_{eq}\left(\frac{\partial c_D}{\partial \alpha}\cos\varphi_{eq} - \frac{\partial c_L}{\partial \alpha}\sin\varphi_{eq} \right) \Big] \tag{E.6}$$

$$\tan\varphi_{eq} = \frac{F_D}{F_L - M_K g} \tag{E.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}\Big|_0 = \frac{M_K g}{2U_0}\sin 2\varphi_{eq} \tag{E.8}$$

Or $\tan\varphi_{eq} \approx \frac{F_D}{F_L - M_K g}$. Dans la limite des grandes vitesses d'écoulement, $M_K g \ll F_L$, on a donc $\tan\varphi_{eq} \approx \frac{c_D}{c_L}$. On peut écrire la valeur de λ_φ :

$$\lambda_\varphi = -\frac{\rho A U_0}{4 M_K}\sin 2\varphi_{eq}\left(\frac{\partial c_D}{\partial \alpha} - \frac{c_D}{c_L}\frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \right) \tag{E.9}$$

Si l'on trace λ_φ en fonction de α, on obtient la figure E.1. Le coefficient de friction de l'équation est négatif pour toutes les valeurs de α expérimentales. Cela peut expliquer qu'on observe des oscillations dans toutes les configurations de vol qui peuvent atteindre des amplitudes importantes. L'apparition d'un cycle limite est due à des termes d'ordre supérieur et n'est pas traitée ici.

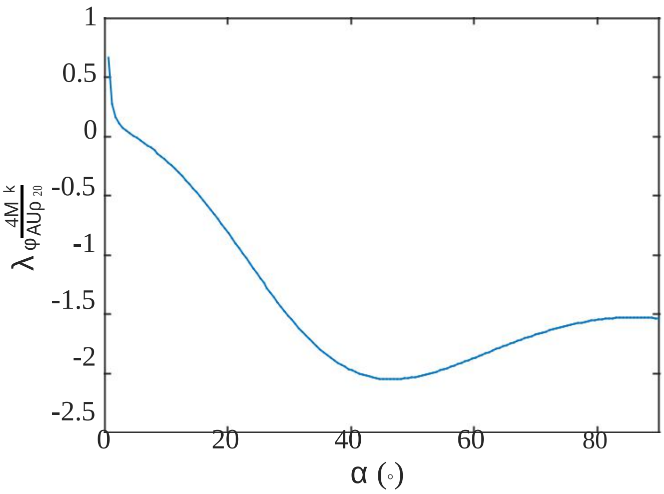


FIGURE E.1 – Coefficient de friction en fonction de l'angle d'incidence

Annexe F

Correction de l'envergure

Les forces aérodynamiques déforment le cerf-volant lorsqu'il est en vol, en particulier, les extrémités de celui-ci se rapprochent. Ainsi, l'envergure apparente s_c du cerf-volant est plus faible que l'en-vergure réelle s.

Pour avoir une bonne idée de la forme du cerf-volant et de la variation de l'envergure avec la vitesse de l'écoulement, nous modélisons le cerf-volant comme une poutre de section variable soumise à un chargement aérodynamique constant par unité de surface. Le schéma du problème résolu est donné sur la figure F.1.

L'équation de l'équilibre d'une portion de la poutre est

$$EI \frac{d\theta}{du} = \mathbf{M}_q + \mathbf{M}_t \tag{F.1}$$

avec $\mathbf{M}_q$ le moment dû au chargement aérodynamique et $\mathbf{M}_t$ le moment dû au chargement de la suspente. Ce chargement est une inconnue du problème.

$$\mathbf{M}_t = t(y - y(s/2)) \tag{F.2}$$

En dérivant deux fois l'équation F.1, on obtient :

$$\frac{d}{du^2}\left(EI \frac{d\theta}{du}\right) = q - t \frac{d\theta}{du} \sin\theta \tag{F.3}$$

Le moment d'inertie I dépend de la corde de l'aile à l'abscisse u comme il suit :

$$I(u) = \frac{Ee^3}{12} c(u) \tag{F.4}$$

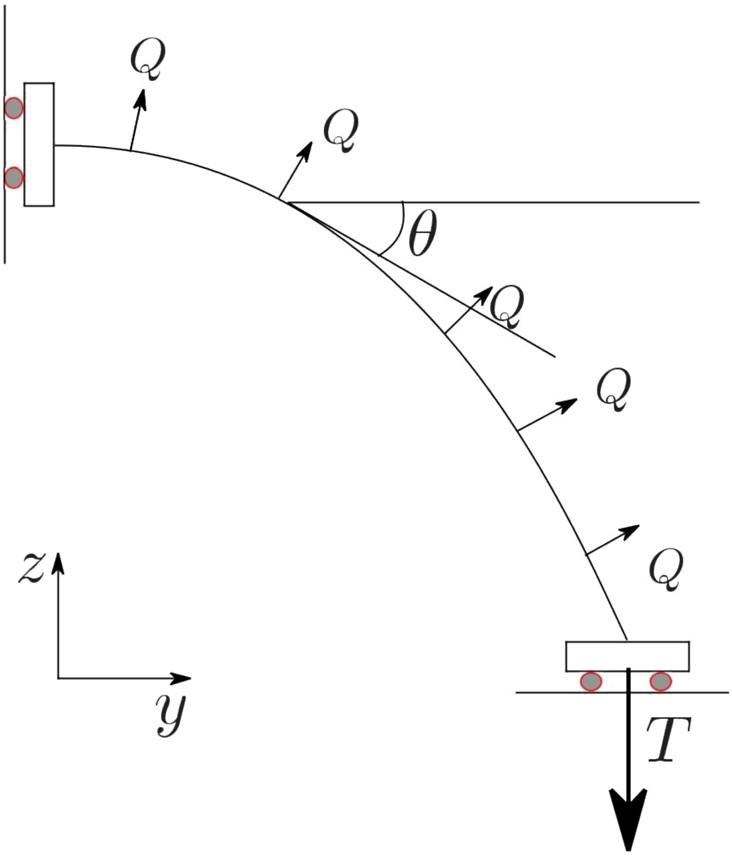


FIGURE F.1 – Schéma du problème résolu numériquement. Q est le chargement aérodynamique adimensionn´ et T est la tensiondue à la suspente adimensionn´.

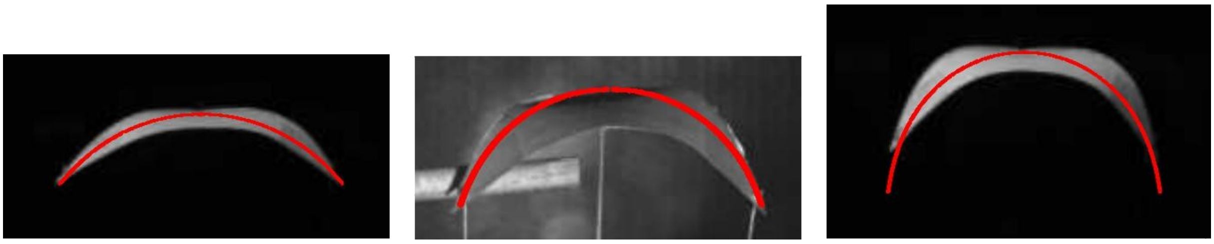
avec

$$c(u) = \frac{c}{1.01 - 4\frac{u^2}{s^2}} \tag{F.5}$$

La valeur 1.01 au lieu de 1 évite la divergence du solveur d’équation différentiel utilisé. Le chargement aérodynamique q dépend de l’abscisse comme il suit :

$$q(u) = \frac{1}{2}\rho c_N U_0^2 c(u) \tag{F.6}$$

Dans la résolution, on approximera $c_N = c^2_L + c^2_D$ de l’aile à 1. Le centre de poussée aérodynamique du cerf-volant est proche du milieu de la corde. On approxime alors le chargement aérodynamique sur les suspentes arrières à la moitié du chargement sur l’aile. Pour la résolution du problème, le paramètre utilisé pour résoudre le système est donc $c_N = 0.5$. Le système d’équation que nous résolvons est le suivant :



(a) $U_0 = 5.5\ m.s^{-1}$ (b) $U_0 = 8\ m.s^{-1}$ (c) $U_0 = 11.5\ m.s^{-1}$

FIGURE F.2 – Photos du cerf-volant de type 3 vu de derrière (yOz) comparé à la forme prédite par la simulation

$$\begin{aligned} \frac{d^3\theta}{du^3} &= Q - \frac{1}{c(u)}\left(2\frac{dc}{du}\frac{d^2\theta}{du^2} + \frac{d^2c}{du^2}\frac{d\theta}{du}\right) + T\frac{d\theta}{du}\sin\theta \\ \frac{dy}{du} &= \cos\theta \\ \frac{dz}{du} &= \sin\theta \end{aligned} \quad (F.7)$$

avec

$$Q = \frac{6\rho c_N U_0^2}{Ee^3} \quad (F.8)$$

et

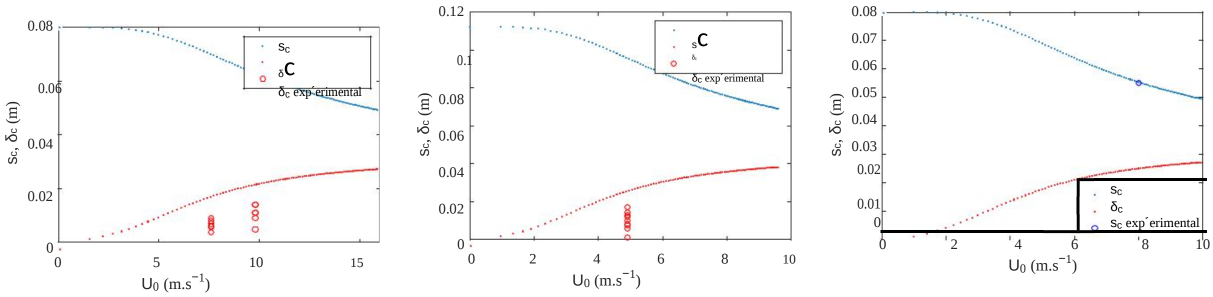
$$T = \frac{12t}{\quad} \quad (F.9)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} &\theta(0) = 0 \\ &\frac{d^2\theta}{ds^2}(0) = 0 \qquad \text{Condition de symétrie} \\ &y(0) = 0 \\ &\frac{d\theta}{ds}(s/2) = 0 \\ &\frac{d^2\theta}{ds^2}(s/2) = -\frac{T}{c(s/2)}\cos\theta(s/2) \qquad \text{Force verticale à l'extrémité} \\ &z(s/2) = 0 \end{aligned} \quad (F.10)$$

Nous utilisons le solveur bvp4c de matlab. La figure F.2 compare la forme obtenue à la forme d'un cerf-volant utilisé dans les mêmes conditions. Il semble que notre simulation surestime la déformation du cerf-volant en profondeur.

La figure F.3 montre l'évolution du creusement du cerf-volant δ_c et de l'envergure effective s_c en fonction de la vitesse du vent pour les cerf-volants de type 1 F.3a, 2 F.3b et 3 F.3c. Ces valeurs



(a) Cerf-volant de type 1 (b) Cerf-volant de type 2 (c) Cerf-volant de type 3

FIGURE F.3 – Valeurs simul´ees de s_c et δ_c en fonction de la vitesse de l'´ecoulement pour les diff´erents cerf-volants utilis´es

sont compar´ees a` des valeurs exp´erimentales. Il semble que notre mod`ele surestime le creusement et pr´edit relativement bien la valeur de s_c.

Annexe G

Algorithme d'obtention de ω_ψ, ω_χ, γ et δ

G.1 Paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée du programme sont :

- Caractéristiques du cerf-volant : c, s, M_K , J
- Longueur de la suspente avant : L_a
- Paramètres de fixation : x et y
- Angle de grand tangage d'équilibre : φ_{eq}
- Vitesse du vent : U_0

G.2 Initialisation

On commence par initialiser les paramètres de la position d'équilibre

- À partir du modèle des polaires calculé dans la partie 2.6.2, on calcule l'angle d'incidence α_{eq} correspondant à l'angle de grand tangage φ_{eq}.
- L'angle α_{eq} ainsi calculé permet de déterminer la longueur L ainsi que la longueur des suspentes arrières L_g et L_d.
- La position du cerf-volant et la position des suspentes étant connues, nous calculons la tension dans chaque suspente t_a, t_g et t_d.

G.3 Calcul de ω_ψ et δ

G.3.1 Calcul de la configuration déformée

On impose un angle $\psi = 0.01$ rad au cerf-volant en gardant φ constant et $\chi = 0$. Puis on calcule les différents paramètres de la configuration déformée :

— Calcul de la longueur L, l'angle α et l'angle β correspondant à cette configuration.
— Calcul de la direction des trois suspentes.

G.3.2 Calcul du moment par rapport à Ox et par rapport à Oz

En considérant que la tension dans les suspentes n'a pas varié, on calcule les moments exercés sur le cerf-volant par rapport aux axes Ox ($\mathbf{M}_X$) et Oz ($\mathbf{M}_Z$).
On déduit ω_ψ et δ à partir des formules :

$$\omega_\psi^2 = -\mathbf{M}_X \frac{1}{m(L\cos\varphi)^2\,\psi} \qquad \delta = -\mathbf{M}_Z \frac{1}{J_Z\,\psi} \tag{G.1}$$

G.4 Calcul de ω_χ et γ

G.4.1 Calcul de la configuration déformée

On impose un angle $\chi = 0.01$ rad au cerf-volant en gardant φ constant et $\psi = 0$. Puis on calcule les différents paramètres de la configuration déformée :

— Calcul de la longueur L, l'angle α et l'angle β correspondants à cette configuration.
— Calcul de la direction des trois suspentes.

G.4.2 Calcul du moment par rapport à Ox et par rapport à Oz

En considérant que la tension dans les suspentes n'a pas varié, on calcule les moments exercés sur le cerf-volant par rapport aux axes Ox $\mathbf{M}_X$ et Oz $\mathbf{M}_Z$.
On déduit ω_χ et γ à partir des formules :

$$\omega^2 = \quad \mathbf{M}_Z 1$$

$$\chi \quad - (m(L\cos\varphi)^2 \; \chi \qquad \text{(G.2)}$$

$$- \frac{\quad}{J_Z \;\; \chi}$$

Bibliographie

[1] Clive Hart. *Kites, an historical survey*. Paul P Appel Pub, 1982.

[2] http://archive.wikiwix.com/cache/?url=http%3A%2F%2Fwww.chine-informations.com%2Fguide

[3] Benjamin Franklin. A letter of benjamin franklin, esq ; to mr. peter collinson, frs concerning an electrical kite. *Philosophical Transactions (1683-1775)*, 47 :565–567, 1751.

[4] Tom Tucker. *Bolt of fate : Benjamin Franklin and his electric kite hoax*. PublicAffairs, 2005.

[5] George Pocock. *The Aeropleustic Art Or Navigation in the Air, by the Use of Kites Or Buoyant Sails*. Sherwood & Company, 1827.

[6] Peter R Payne and Charles McCutchen. Self-erecting windmill, October 26 1976. US Patent 3,987,987.

[7] http://www.chronofhorse.com/article/world-endurance-record-broken.

[8] Adrian E Gill. *Atmosphere-ocean dynamics*, volume 30. Academic press, 1982.

[9] https://www.windyty.com.

[10] Cristina L Archer and Mark Z Jacobson. Evaluation of global wind power. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, 110(D12), 2005.

[11] Xi Lu, Michael B. McElroy, and Juha Kiviluoma. Global potential for wind-generated electricity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(27) :10933–10938, 2009.

[12] Alexander N Gorban, Alexander M Gorlov, and Valentin M Silantyev. Limits of the turbine efficiency for free fluid flow. *Journal of energy resources technology*, 123(4) :311–317, 2001.

[13] N Jenkins T Burton, D Sharpe. Wind energy : handbook. *Wiley Library*, 2001.

[14] SA Hsu, Eric A Meindl, and David B Gilhousen. Determining the power-law wind-profile exponent under near-neutral stability conditions at sea. *Journal of Applied Meteorology*, 33(6) :757–765, 1994.

[15] Hans A Panofsky and John A Dutton. Atmospheric turbulence : models and methods for engineering aplications. In *Atmospheric turbulence : models and methods for engineering aplications*. John Wiley & Sons, 1984.

[16] Uwe Fechner and Roland Schmehl. Model-based efficiency analysis of wind power conversion by a pumping kite power system. In *Airborne wind energy*, pages 249–269. Springer, 2013.

[17] Damon Vander Lind. Analysis and flight test validation of high performance airbornewind turbines. In *Airborne Wind Energy*, pages 473–490. Springer, 2013.

[18] http://www.eagle.org.

[19] http://www.intership-cyprus.com/laker-class.

[20] http://www.socarenam.fr/navire-detail-PECHE-3-05-612.html.

[21] http://www.marinetraffic.com/.

[22] http://www.discover-earth.org.

[23] http://www.fao.org/docrep/005/x0487f/x0487f04.htm.

[24] David J Acheson. *Elementary fluid dynamics*. Oxford University Press, 1990.

[25] Frank Rizzo. The flettner rotor ship in the light of the kutta-joukowski theory and of experimental results. 1925.

[26] Ludwig Prandtl. Application of the" magnus effect" to the wind propulsion of ships. 1926.

[27] enercon. http://www.ship-efficiency.org/onTEAM/pdf/06-STG_Ship_Efficiency_2013_100913_Paper

[28] BL Blackford. A push-me pull-you wind vehicle. *American Journal of Physics*, 49(3) :282–283, 1981.

[29] M Gaunaa, S Øye, and R Mikkelsen. Theory and design of flow driven vehicles using streamwise-axis rotors for energy conversion. Technical report, Risø Technical Report. Risø.

[30] Magnus Landberg. http://minesto.com/deep-green/.

[31] Skysails. http://www.skysails.info/.

[32] Moritz Diehl. Airborne wind energy : Basic concepts and physical foundations. In *Airborne Wind Energy*, pages 3–22. Springer, 2013.

[33] Robert C Nelson. *Flight stability and automatic control*, volume 2. WCB/McGraw Hill, 1998.

[34] http://www.omegasails.net/.

[35] WB Fichter. *A theory for inflated thin-wall cylindrical beams*. National Aeronautics and Space Administration, 1966.

[36] RE Freeland, GD Bilyeu, GR Veal, MD Steiner, and DE Carson. Large inflatable deployable antenna flight experiment results. *Acta Astronautica*, 41(4) :267–277, 1997.

[37] RL Comer and Samuel Levy. Deflections of an inflated circular-cylindrical cantilever beam. *AIAA journal*, 1(7) :1652–1655, 1963.

[38] Galileo Galilei. *Dialogues concerning two new sciences*. Dover, 1914.

[39] Ivan Stephen Sokolnikoff, Robert Dickerson Specht, et al. *Mathematical theory of elasticity*, volume 83. McGraw-Hill New York, 1956.

[40] GR Cowper. The shear coefficient in timoshenko's beam theory. *Journal of applied mecha-nics*, 33(2) :335–340, 1966.

[41] Jean-Jacques Marigo. Plasticit´e et rupture. 2012.

[42] Rodney Hill. *The mathematical theory of plasticity*, volume 11. Oxford university press, 1998.

[43] A Hi Cottrell. Theory of brittle fracture in steel and similar metals. *Trans. Met. Soc. AIME*, 212, 1958.

[44] Ferdinand P Beer and E Russell Johnston Jr. *Mechanics of Materials*. McGraw-Hill, New York, 2009.

[45] Christian Wielgosz and J-C Thomas. Deflections of inflatable fabric panels at high pressure. *Thin-walled structures*, 40(6) :523–536, 2002.

[46] JA Main, SW Peterson, and AM Strauss. Load-deflection behavior of space-based inflatable fabric beams. *Journal of Aerospace Engineering*, 7(2) :225–238, 1994.

[47] John A Main, Steven W Peterson, and Alvin M Strauss. Beam-type bending of space-based inflated membrane structures. *Journal of Aerospace Engineering*, 8(2) :120–125, 1995.

[48] Raul Fangueiro. *Fibrous and composite materials for civil engineering applications*. Elsevier, 2011.

[49] Noel K Delany and Norman E Sorensen. Low-speed drag of cylinders of various shapes. 1953.

[50] Johann Albert Euler. Des cerfs–volans. *Histoire de lAcad´emie Royale des Sciences et Belles Letters, ann´ee*, 1756 :322–64, 1758.

[51] Georges Juan et al. *Examen maritime, th´eorique et pratique, ou trait´e de m´echanique, applique´ a la construction et a la manœuvre des vaisseaux & autres bˆatiments*, volume 2. Chez Malassis, 1783.

[52] W Kutta. Lift forces in flowing fluids. *Aeronaut. Mitt*, 3 :133–135, 1902.

[53] Oskar Karl Gustav Tietjens, Ludwig Prandtl, JP Den Hartog, et al. Applied hydro-and aeromechanics. 1934.

[54] Milton Van Dyke and Milton Van Dyke. An album of fluid motion. 1982.

[55] M Shur, PR Spalart, M Strelets, and A Travin. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. *Engineering turbulence modelling and experiments*, 4 :669–678, 1999.

[56] Eastman N Jacobs and Albert Sherman. Airfoil section characteristics as affected by varia-tions of the reynolds number. 1937.

[57] Herrmann Schlichting and Klaus Gersten. *Boundary-layer theory*. Springer Science & Business Media, 2003.

[58] Patrick Huerre. *M´ecanique des fluides*. Edition de l'Ecole Polytechnique, 1998.

[59] HW Bradford. Study of the subsonic forces and moments on an inclined plate of infinite span. *NACA TN*, 3221, 1954.

[60] CJ Pennycuick. Flight of auks (alcidae) and other northern seabirds compared with southern procellariiformes : ornithodolite observations. *Journal of Experimental Biology*, 128(1) :335– 347, 1987.

[61] Gottfried Sachs. Minimum shear wind strength required for dynamic soaring of albatrosses. *Ibis*, 147(1) :1–10, 2005.

[62] Henri Weimerskirch, T Guionnet, J Martin, Scott A Shaffer, and DP Costa. Fast and fuel efficient ? optimal use of wind by flying albatrosses. *Proceedings of the Royal Society of London B : Biological Sciences*, 267(1455) :1869–1874, 2000.

[63] Robert D Blevins. Flow-induced vibration. 1990.

[64] Yasuharu Nakamura and Taketo Mizota. Torsional flutter of rectangular prisms. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 101(2) :125–142, 1975.

[65] Earl Dowell. *A modern course in aeroelasticity*, volume 217. Springer, 2014.

[66] Frank E Fish. Transitions from drag-based to lift-based propulsion in mammalian swim-ming. *American Zoologist*, 36(6) :628–641, 1996.

[67] James Lighthill. Mathematica biofluiddynamics. *Society for Industrial & Applied Mathematics, US*, 1975.

[68] Falko Fritz. Application of an automated kite system for ship propulsion and power generation. In *Airborne Wind Energy*, pages 359–372. Springer, 2013.

[69] Mario Milanese, Franco Taddei, and Stefano Milanese. Design and testing of a 60 kw yo-yo airborne wind energy generator. In *Airborne Wind Energy*, pages 373–386. Springer, 2013.

[70] Alexander Bormann, Maximilian Ranneberg, Peter K¨ovesdi, Christian Gebhardt, and Ste-fan Skutnik. Development of a three-line ground-actuated airborne wind energy converter. In *Airborne Wind Energy*, pages 427–436. Springer, 2013.

[71] Thomas Morel. Comprehensive design of axisymmetric wind tunnel contractions. *Journal of Fluids Engineering*, 97(2) :225–233, 1975.

[72] Rabindra D Mehta and Peter Bradshaw. Design rules for small low-speed wind tunnels, 1979.

[73] James H Bell and Rabindra D Mehta. Contraction design for small low-speed wind tunnels. 1988.

[74] Genevieve Comte-Bellot. Hot-wire anemometry. *Annual review of fluid mechanics*, 8(1) : 209–231, 1976.

[75] Arnold Song, Xiaodong Tian, Emily Israeli, Ricardo Galvao, Kristin Bishop, Sharon Swartz, and Kenneth Breuer. Aeromechanics of membrane wings with implications for animal flight. *AIAA journal*, 46(8) :2096–2106, 2008.

[76] T Sarpkaya. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 19(4) :389–447, 2004.

[77] CHK Williamson and R Govardhan. Vortex-induced vibrations. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 36 :413–455, 2004.

[78] Emmanuel De Langre. *Fluides et solides*. Editions Ecole Polytechnique, 2001.

[79] Aleksandr Mikhailovich Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3) :531–534, 1992.